Masterprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“

SS 2018

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

6.08.2018

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:	*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*					
Name:						
Vorname:	1	2	3	4	5	∑
Matr.-nr.:						

Bearbeiten Sie <u>vier der fünf</u> Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 11.

Zugelassene Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner

Aufgabe 1: Homothetizität und Nutzenmaximierung

(a) Wie lautet die formale Definition von Linearhomogenität einer Funktion $v_h(\boldsymbol{y}_h)$? Wie lautet die Definition von Homothetiztität von einer Funktion $u_h(\boldsymbol{y}_h)$?

(b) Betrachten Sie die Maximierungsprobleme

$$\max_{\boldsymbol{y}_h}: v_h(\boldsymbol{y}_h) \quad u.d.N. \quad \boldsymbol{p}\boldsymbol{y}_h = I_h$$

und

$$\max_{\boldsymbol{y}_h}: v_h(\boldsymbol{y}_h) \quad u.d.N. \quad \boldsymbol{p}\boldsymbol{y}_h = 1$$

mit $v_h(\boldsymbol{y}_h)$ linearhomogen. Die Lösung des zweiten Problems wird mit $\boldsymbol{d}_h(\boldsymbol{p})$ bezeichnet. Zeigen Sie, dass die Lösung des ersten Problems $\boldsymbol{d}_h(\boldsymbol{p})I_h$ ist, indem Sie zeigen, dass dies erstens zulässig ist (die Nebenbedingung erfüllt) und zweitens kein zulässiges $\boldsymbol{y}_h$ existiert, das ein höheres Nutzenniveau $v_h(\boldsymbol{y}_h)$ liefert.

(c) Zeigen Sie, dass die Nutzenfunktion $u_h(y_{1h}, y_{2h}) = y_{1h}y_{2h}$ gemäß Ihrer Definition aus Aufgabenteil (a) homothetisch ist.

(d) Berechnen Sie mit Hilfe Ihres Ergebnisses aus Aufgabenteil (c) die Ein-Euro-Nachfragen $d_{1h}(p_1, p_2)$ und $d_{2h}(p_1, p_2)$, indem Sie das Nutzenmaximierungsproblem $v_h(\boldsymbol{y}_h)$ des Haushaltes h lösen.

(e) Zeigen Sie, dass die Marktnachfragen $\sum_{h=1}^{H} \boldsymbol{y}_h$ proportional zum Volkseinkommen $\sum_{h=1}^{H} I_h$ sind, wenn alle Konsumenten die gleiche Nutzenfunktion haben.

Aufgabe 2: Traditionelle Außenhandelstheorie (TTT)

(a) Nennen Sie (ohne Herleitung) die drei Mengen von Bedingungen, die in der TTT ein integriertes Gleichgewicht beschreiben.

(b) Erklären Sie, warum der Marktpreis eines Produkts weder höher noch niedriger sein kann als die Stückkosten.

(c) Wie lauten die Bedingungen dafür, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichts möglich ist.

(d) Betrachten Sie nun eine Weltwirtschaft mit zwei Ländern, zwei Faktoren und zwei Gütern für die $x_1^1/x_2^1 > x_1^2/x_2^2$ und im Gleichgewicht $X_{11}/X_{21} < X_{12}/X_{22}$ gilt. Erklären Sie die beiden Ungleichungen in einem Satz. Illustrieren Sie die Reproduktion des integrierten Gleichgewichts anhand der bekannten Vektorbox (beschriften Sie darin die Achsen und die eingezeichneten Vektoren).

(e) Zeigen Sie Schritt für Schritt, dass bei Freihandel für jedes Land $k = 1, \dots K$

$$\boldsymbol{py}^k \geq \boldsymbol{py}^{Aut}$$

gilt und erläutern Sie diese (Un-)Gleichung.

(f) Wie muss die Formel aus Aufgabenteil (e) verändert werden, dass auch bei unterschiedlicher Faktorausstattung Freihandel für alle Haushalte vorteilhaft ist? Erläutern Sie kurz die zugrunde liegende Umverteilung.

Aufgabe 3: IITT ohne Fixkosten

(a) Wie lautet die Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion, wenn $\alpha = 0.5$ ist? Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung dieser Funktion resultierenden Nachfragefunktionen (in Abhängigkeit von Eigenpreis, Preisindex und dem Einkommen).

(b) Wie hoch sind (ohne Herleitung) die nachfolgenden Elastizitäten?

$$-\frac{dY(j)}{dP(j)}\frac{P(j)}{Y(j)} = \qquad -\frac{d\left(\frac{Y(j)}{Y(j')}\right)}{d\left(\frac{P(j)}{P(j')}\right)}\frac{\frac{P(j)}{P(j')}}{\frac{Y(j)}{Y(j')}} = \qquad \frac{dY(j)}{dI}\frac{I}{Y(j)} =$$

(c) Sei $L = 2000$, $A = 100$ und $a_{LY} = 0.5$. Betrachten Sie zunächst die integrierte Ökonomie. Wie hoch sind w/P und Y im integrierten Gleichgewicht (mit den gemachten Zahlenangaben)?

(d) Die Weltwirtschaft bestehe aus drei Ländern $k = 1,2,3$ mit Arbeitsangeboten $L^1 = 1000$, $L^2 = 800$ und $L^3 = 200$. Land 1 kann die Produkte j im Intervall $[0,60]$ herstellen, Land 2 die Produkte im Intervall $[50,100]$ herstellen und Land 3 die Produkte im Intervall $[60,90]$. Geben Sie eine Möglichkeit an, wie das integrierte Gleichgewicht reproduziert wird (d.h. für jedes Land die Menge der dort hergestellten Güter).

(e) Wie lautet allgemein die notwendige Bedingung dafür, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichtes im IITT-Modell ohne Fixkosten möglich ist? Geben Sie ein alternatives Intervall von im Land 2 produzierbaren Produkten an, für das die notwendige Bedingung erfüllt, jedoch Reproduktion nicht möglich ist.

(f) Wie lautet die Budgetbeschränkung eines Haushaltes h in Land 1, der eine Einheit Arbeit anbietet, in Autarkie? Leiten Sie hieraus sein Nutzenniveau U_h im Gleichgewicht her (mit den gemachten Zahlenangaben).

(g) Wie hoch ist der Nutzen des gleichen Haushaltes bei Freihandel, wenn Reproduktion stattfindet? Erklären Sie in einem Satz, warum „gains from trade" vorliegen.

Aufgabe 4: WETT: Dynamisches Modell

(a) Wie lauten die beiden Gleichungen, die in der dynamischen Version der WETT den Innovationsprozess und den Imitationsprozess beschreiben?

(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass A^{West}/A^{East} gegen einen Wert konvergiert, bei dem $w^{West}/w^{East} > 1$ ist? *Nehmen Sie im Folgenden an, dass diese Bedingung erfüllt ist.*

(c) Bestimmen Sie $\frac{d}{dt}\left(\frac{A-\bar{A}^{East}}{\bar{A}^{East}}\right)$ mithilfe Ihrer Antwort aus Aufgabenteil (a).

(d) Welchen Wert nimmt A^{West}/A^{East} im Steady-state an? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe des Aufgabenteils (c).

(e) Wie entwickelt sich $(A - \bar{A}^{East})/\bar{A}^{East}$ im Zeitablauf, wenn im Zeitpunkt 0 die Güteranzahl A und $\bar{A}^{East}$ die Bedingung $\left(A - \overline{A}^{East}\right)/\overline{A}^{East} < L^{West}/L^{East}$ erfüllen?

(f) Stellen Sie die Entwicklung des Freihandelsgleichgewichts im Zeitablauf grafisch dar.

(g) Erklären Sie in einem Satz, warum im kurzfristigen Freihandelsgleichgewicht $w^{West}/w^{East} > 1$ nicht gelten kann.

Aufgabe 5: Variationsrechnung

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\max_{[c(t)]_{t=0}^{T}} : \int_0^T g(t)u\big(c(t)\big)dt\,, \qquad s.t.: \int_0^T p(t)c(t)dt = I.$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$z(t) \equiv \frac{g(t)u'\big(c^*(t)\big)}{p(t)} > 0, \qquad \int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt = 0$$

mit $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \dfrac{z(t)-\mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie lautet das Problem der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion unter der Budgetbeschränkung? Argumentieren Sie, dass man dies als Variationsproblem auffassen kann. Zeigen Sie, dass die Anwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) zu der notwendigen Bedingung

$$Y(j') = \left[\frac{P(j)}{P(j')}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} Y(j)$$

führt, die man auch mit dem Lagrange-Ansatz erhält (Herleitung dieser Formel ist nicht notwendig).