Masterprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“

WS 2017/18

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

14.02.2018

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:	*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*					
Name:						
Vorname:	1	2	3	4	5	$\sum$
Matr.-nr.:						

Bearbeiten Sie <u>vier der fünf</u> Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 11.

Zugelassene Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner

Aufgabe 1: Kostenminimierung und Gewinnmaximierung

(a) Betrachten Sie eine Produktionsfunktion $y_j = f_j(\boldsymbol{x}_j)$ mit $\boldsymbol{x}_j$ als Inputvektor. Definieren Sie konstante Skalenerträge bzw. Linearhomogenität.

(b) Stellen Sie das Kostenminimierungsproblem für eine Einheit Output auf.

(c) Von welchen Variablen des Modells hängen die Inputkoeffizienten ab, die das Minimierungsproblem aus Aufgabenteil (b) lösen. Definieren Sie mithilfe dieser Inputkoeffizienten die Kosten $c_j(\boldsymbol{w})$ für die Herstellung einer Einheit Output.

(d) Nehmen Sie an, dass es einen Inputvektor $\boldsymbol{x}_j$ gibt, mit dem $f_j(\boldsymbol{x}_j) = y_j \neq 1$ zu Gesamtkosten $\boldsymbol{w}\boldsymbol{x}_j < c_j(\boldsymbol{w})y_j$ produziert wird.
Welcher Output wird gemäß konstanten Skalenerträgen mit Inputs $\boldsymbol{x}_j / y_j$ produziert? Führen Sie die Annahme zu einem Widerspruch.

(e) Argumentieren Sie, dass in einem Gleichgewicht mit Gewinnmaximierung und positivem Output „Preis gleich Stückkosten“ gelten muss.

(f) Sei $f_j(x_{1j}, x_{2j}) = x_{1j}^{0,5} x_{2j}^{0,5}$. Berechnen Sie die kostenminimierenden Inputkoeffizienten für die Herstellung einer Einheit Output und die resultierenden Stückkosten.

Aufgabe 2: Traditionelle Außenhandelstheorie (TTT)

(a) Wie lauten die (formalen) Bedingungen, damit Reproduktion des integrierten Gleichgewichtes bei Freihandel möglich ist.

Betrachtet werden nun zwei Länder, zwei Produktionsfaktoren und zwei Güter. Die Inputkoeffizienten a_{ij} seien fix und nehmen die Werte $a_{11} = 1$, $a_{21} = 2$, $a_{12} = 3$ und $a_{22} = 1$ an. Das weltweite Angebot der Produktionsfaktoren $(i = 1{,}2)$ betrage $X_1 = 70$ und $X_2 = 40$. Für die weltweit produzierten Mengen der j Güter $(j = 1{,}2)$ gelte $Y_1 = 10$ und $Y_2 = 20$. Land 1 besitze 20 Einheiten von Faktor 1 und 15 Einheiten von Faktor 2 als Anfangsausstattung, Land 2 verfüge über 50 Einheiten von Faktor 1 und über 25 Einheiten von Faktor 2.

(b) Bestimmen Sie zuerst die Weltinputvektoren. Welches Gut nutzt den Faktor 2 intensiver in der Produktion?

(c) Zeigen Sie nun rechnerisch, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichtes möglich ist. Wie viel produziert Land 1 und wie viel Land 2 im Handelsgleichgewicht von Gut 1 und Gut 2? In welchem Land ist der Faktor 1 relativ reichlich vorhanden?

(d) Stellen Sie die Teilaufgabe (c) in der Faktorvektorbox grafisch dar und verwenden Sie dabei die Vektoren (1) bis (6):

$$(1) := \begin{pmatrix} X_{11} \\ X_{21} \end{pmatrix}, (2) := \begin{pmatrix} X_{12} \\ X_{22} \end{pmatrix}, (3) := \begin{pmatrix} x_{11}^{1} \\ x_{21}^{1} \end{pmatrix}, (4) := \begin{pmatrix} x_{12}^{1} \\ x_{22}^{1} \end{pmatrix}, (5) := \begin{pmatrix} x_{11}^{2} \\ x_{21}^{2} \end{pmatrix}, (6) := \begin{pmatrix} x_{12}^{2} \\ x_{22}^{2} \end{pmatrix}$$

(e) Erläutern Sie kurz (ohne Herleitung), wie sich das Handelsmuster im Freihandelsgleichgewicht bestimmt. Welches Gut exportiert Land 1 in diesem Freihandelsgleichgewicht?

Aufgabe 3: IITT mit Fixkosten

(a) Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion resultierenden Nachfragefunktionen (in Abhängigkeit von Eigenpreis, Preisindex und Einkommen)?

(b) Bestimmen Sie aus Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (a) die Preiselastizität der Nachfrage $-\frac{dY(j)}{dP(j)}\frac{P(j)}{Y(j)}$. Sei in der Dixit-Stiglitz-Nachfragefunktion $\alpha = 0.75$. Wie hoch ist die Preiselastizität der Nachfrage dann?

(c) Weiter sei $a_{LY} = 3$ und $F = 100$. Wie lauten die Gewinne der Unternehmen? Wie lautet die notwendige Bedingung für Gewinnmaximierung? Ermitteln Sie aus der notwendigen Bedingung den Monopolpreis P in Abhängigkeit vom Lohnsatz w.

(d) Ermitteln Sie aus der Bedingung für freien Zutritt den einheitlichen Output Y jeder im Gleichgewicht produzierten Varietät.

(e) Betrachten Sie zunächst das integrierte Gleichgewicht. Sei $L = 2000$. Leiten Sie her, wie viele Varietäten im integrierten Gleichgewicht produziert werden.

(f) Betrachten Sie nun ein Freihandelsgleichgewicht. Es gebe drei Länder mit $L^1 = 1200$ und $L^2 = L^3 = 400$. Wie viele Varietäten produziert jedes der drei Länder? Zeigen Sie exemplarisch für Land 1, dass die nationale Arbeitsmarkträumungsbedingung erfüllt ist, indem Sie berechnen, wie viel Arbeit benötigt wird, um die oben berechnete Anzahl A^1 an Varietäten zu entwickeln und die Menge Y aus Aufgabenteil (d) davon zu produzieren.

(g) Erklären Sie ohne Herleitung, wodurch Handelsgewinne im IITT-Modell mit Fixkosten hervorgerufen werden und warum diese für alle Länder bestehen, die sich dem Weltmarkt öffnen.

Aufgabe 4: WETT-Modell: Arbeitslosigkeit

(a) Nennen Sie (ohne Herleitung) die aus der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion resultierende relative Nachfragefunktion (Y^{West}/Y^{East}) sowie die Nullgewinnbedingungen und die Arbeitsmarkträumungsbedingungen aus dem WETT-Modell.

(b) Leiten Sie aus den Bedingungen aus Aufgabenteil (a) Schritt für Schritt die Gleichung

$$\frac{w^{West}}{w^{East}} = \left(\frac{L^{East}}{L^{West}}\frac{A^{West}}{A^{East}}\right)^{1-\alpha}$$

her.

(c) Sei $\alpha = 1/3$, $L^{West} = 600$, $L^{East} = 1200$, $A = 20$ und $\overline{A}^{East} = 4$. Bestimmen Sie A^{West}, A^{East} sowie w^{West}/w^{East} im Freihandelsgleichgewicht.

(d) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in der bekannten Grafik.

(e) Nun steige $\overline{A}^{East}$ auf 5. Der Relativlohn bleibe auf dem Niveau aus Aufgabenteil (c) fix. Illustrieren und erläutern Sie das neue Gleichgewicht in Ihrer Grafik aus Aufgabenteil (d) und berechnen Sie die Arbeitslosenquote im Westen.

Aufgabe 5: Variationsrechnung

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\max_{[c(t)]_{t=0}^{T}} : \int_0^T g(t)u\big(c(t)\big)dt\,, \qquad s.t.: \int_0^T p(t)c(t)dt = I.$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$z(t) \equiv \frac{g(t)u'\big(c^*(t)\big)}{p(t)} > 0, \qquad \int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt = 0$$

mit $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \dfrac{z(t) - \mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie lautet das Problem der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion unter der Budgetbeschränkung? Argumentieren Sie, dass man dies als Variationsproblem auffassen kann. Zeigen Sie, dass die Anwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) zu der notwendigen Bedingung

$$Y(j') = \left[\frac{P(j)}{P(j')}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} Y(j)$$

führt, die man auch mit dem Lagrange-Ansatz erhält (Herleitung dieser Formel ist nicht notwendig).