

# Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

SS 2022

22.8.2022

Prof. Dr. Lutz Arnold

<i>Bitte gut leserlich ausfüllen:</i>	<i>Wird vom Prüfer ausgefüllt:</i>								
Name:									
Vorname:									
Matr.-nr.:									
	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B1</td><td>B2</td><td><math>\Sigma</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	A	B1	B2	$\Sigma$				
A	B1	B2	$\Sigma$						

- Bearbeiten Sie alle sechs Aufgaben **A1-A6** und eine der zwei Aufgaben **B1-B2**!
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

**A1: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung** Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können  $N_1 = 125$  Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das  $R_1 = 100$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = \frac{3}{4}$  liefert.  $N_2 = 75$  andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das  $R_2 = 200$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = \frac{1}{4}$  liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz  $B = 60$  voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten  $S = 20$ . Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 288.000 i$ .

- (a) Wie lauten die erwarteten Gewinne  $E(\pi_j^{KN})$  für die Kapitalnehmer?
- (b) Berechnen Sie die Zinssätze  $r_1$  und  $r_2$ , bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.
- (c) Berechnen Sie die Rendite  $i(r_1)$  auf Kapital bem Zinssatz  $r_1$  aus Aufgabenteil (b). Warum ist  $i(r_2)$  sicher negativ?
- (d) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in der üblichen Grafik.
- (e) Wie hoch ist der Gleichgewichtszins? Bekommen alle Unternehmen aus Klasse 1 Kapital?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A2: Aktienfinanzierung**  $N_1 = 100$  Unternehmen (ohne sonstige Payoffs) können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das  $R_1 = 10$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = \frac{4}{5}$  liefert.  $N_2 = 100$  andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das  $R_2 = 16$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = \frac{1}{2}$  liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz  $B = 6$  voraus. Die Informationsverteilung ist symmetrisch. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 18.000i$ . Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von  $B$  einen Anteil  $s$  an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

- (a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne  $E(\pi_j^{KN})$ ? Für welche  $s$  fragen die Firmen Kapital nach?
- (b) Wie lauten  $E(\pi_j^{KG})$  und  $i(s)$ ?
- (c) Berechnen Sie den markträumenden Wert von  $s$ .
- (d) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.
- (e) Was ändert sich am Marktgleichgewicht, wenn asymmetrische Information vorliegt? Warum?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Langfristige Kreditbeziehungen**  $N = 100$  Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von  $B = 100$  erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = 80\%$  einen Payoff von 150. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile  $e = 200$ , aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmer ist  $\rho = 5\%$ . Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 250.000i$ .

- (a) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KN})$  in Abhängigkeit von  $r$ . Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz  $r$  lohnt, in Projekt 1 zu investieren.
- (b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten diskontierten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von  $r$ ?
- (c) Berechnen Sie den Zins  $r_1$ , bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.
- (d) Berechnen Sie die Renditefunktion  $i(r)$  und den markträumenden Zins  $r$ .
- (e) Zeigen Sie, dass für den markträumenden Zinssatz  $r$  aus Aufgabenteil (d)  $i(r) < \rho$  gilt, sodass die Unternehmer keinen Anreiz haben zu sparen.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Bubbles** Betrachten Sie eine Aktie, die eine konstante Dividende  $D = 10$  zahlt, der sichere Zins ist  $i = 0,5\%$ .

- (a) Wie hoch ist der konstante Fundamentalwert  $F$  der Aktie?
- (b) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen  $E_t B_{t+1}$  und  $B_t$  her, den eine Bubble erfüllen muss.
- (c) Sei  $B_0 = -1.214,58$ . Argumentieren Sie, dass mit positiver Wahrscheinlichkeit die Ungleichung  $B_t \leq 1,005^t \cdot (-1.214,58)$  gilt.
- (d) Berechnen Sie den Zeitpunkt  $t$ , in dem der Aktienkurs mit positiver Wahrscheinlichkeit negativ wird.
- (e) Erklären Sie kurz, warum eine positive Bubble nicht entstehen kann, wenn  $B_t = 0$  ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A5: Leerverkauf** (a) Eine Aktie mit einem aktuellen Kurs von €1.000 fällt mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{3}{4}$  auf €800 und steigt mit der Gegenwahrscheinlichkeit  $\frac{1}{4}$  auf €1.200. Ein Anleger kann die Aktie für eine (sofort fällige) Gebühr von €49,50 leihen und Geld während der Leihfrist mit einer Verzinsung von 1% anlegen.

- (a) Wie geht der Anleger vor, wenn er die Aktie shorten möchte?
- (b) Wie hoch ist (auf ganze Euro gerundet) der Erlös aus der Anlage der Differenz von Verkaufserlös und Gebühr?
- (c) Wie hoch ist der erwartete Gewinn aus dem Shorten einer Aktie?
- (d) Wie kann der Anleger mit Leerverkäufen einen erwarteten Gewinn von €3.000 realisieren?
- (e) Wie hoch muss bei sonst gleichen Angaben die Wahrscheinlichkeit für den Kursrückgang mindestens sein, damit der Leerverkauf einen positiven erwarteten Gewinn verspricht?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A6: Grenzen der Arbitrage** Eine Aktie zahlt ab  $t = 1$  eine Dividende mit konstantem Erwartungswert  $E_t(D_{t+1}) = 25$ . Der sichere Zins ist  $i = 1,25\%$ . Es sind  $N = 1.000$  Aktien in Umlauf.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs  $F$  der Aktie in  $t = 0$ ? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Markt in Abhängigkeit von  $x$ ,  $y$  und  $s$ ? Lösen Sie sie nach dem Gleichgewichtskurs  $Q$  auf.

(c) Beschreiben Sie das Gleichgewicht bei  $x = 3.300.000$  und  $\bar{s} = 100$ . Wie hoch ist  $Q$ ?

(d) Beschreiben Sie das Gleichgewicht bei  $x = 3.300.000$  und  $\bar{s} = 700$ . Wie hoch ist  $Q$ ?

(e) Beschreiben Sie das Gleichgewicht bei  $x = 1.500.000$  und  $\bar{y} = 600.000$ . Wie hoch ist  $Q$ ?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe B1: Aktienfinanzierung und adverse Selektion** Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften mit zwei Risikoklassen  $j = 1, 2$ . Firmen aus Risikoklasse 1 haben unabhängig von der Investition einen Cash flow  $S$ . Firmen aus Risikoklasse 2 verfügen über keine Cash flows außer dem durch die Investition. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals  $B$  einen Anteil  $s$  an den Cash flows des jeweiligen Unternehmens. Sie können den Typ  $j$  eines Unternehmens nicht beobachten.

- (a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_1^{KN})$  bzw.  $E(\pi_2^{KN})$  bei Durchführung des jeweiligen Projekts? Wie lauten die Bedingungen dafür, dass Kapital nachgefragt wird?
- (b) Berechnen Sie aus den Ungleichungen aus Aufgabenteil (a) die Werte von  $s$ , bis zu denen Unternehmen aus den beiden Klassen Kapital nachfragen. Erklären Sie, dass ein Problem adverser Selektion vorliegt. Warum hört die eine der beiden Risikoklassen bereits bei einem niedrigeren  $s$  auf, Kapital nachzufragen?
- (c) Wie lauten die erwartete Zahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG})$  und die Rendite auf ausgegebenes Kapital als Funktionen von  $s$ ?
- (d) Zeigen Sie, dass  $i(s_1) < E(R)/B - 1$  ist, und berechnen Sie  $i(1)$ . Interpretieren Sie diese beiden Ergebnisse.
- (e) Stellen Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über  $s$  abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Nehmen Sie dabei an, dass  $S[i(s_1)] < N_2 B$  ist.
- (f) Erklären Sie, was für ein Typ Gleichgewicht und welche Ineffizienz sich dabei einstellen.

**Aufgabe B2: Diamond-Dybvig-Modell**

- (a) Was ist der Unterschied zwischen ungeduldigen und geduldigen Anlegern?
- (b) Sei  $R = \frac{3}{2}$ . Welche Anlagemöglichkeiten mit welchen Renditen hat die Bank? Nehmen Sie an, dass  $i_2 = 0$  und  $i_3 = \frac{1}{2}$  ist. Wie hoch sind die langfristigen Investitionen  $I$  pro Einleger?
- (c) Argumentieren Sie, dass „normaler Geschäftsbetrieb“ ein Nash-Gleichgewicht ist. Unterscheiden Sie dabei die Entscheidungen ungeduldiger und geduldiger Einleger.
- (d) Was bedeutet  $N > \frac{2}{1-L}$  für die späte Abhebungsmöglichkeit eines geduldigen Einlegers, der davon ausgeht, dass die anderen geduldigen Einleger früh abheben? Zeigen Sie, dass unter dieser Bedingung auch ein Bank-run-Gleichgewicht existiert.
- (e) Berechnen Sie den Zusammenhang zwischen  $i_2$  und  $i_3$ , der sich aus unterschiedlichen langfristigen Investitionen  $I$  ergibt.
- (f) Zeigen Sie Schritt für Schritt: Bei Erwartungsnutzenmaximierung gilt:

$$U'(1 + i_2) = \frac{3}{2} U' \left( \frac{3}{2} (1 - i_2) \right).$$

- (g) Berechnen Sie das optimale  $i_2$  für  $U(c) = 5c - c^2$ .
- (h) Was folgt aus Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (d) zur Möglichkeit von Bank runs, wenn der optimale



Einlagenkontrakt aus Aufgabenteil (g) angeboten wird?

(i) Nennen und erklären Sie eine Möglichkeit, wie im Modell Bank runs ausgeschlossen werden können.

Kapitalmarkttheorie SS 2022







