

# Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

SS 2017

21.8.2017

Prof. Dr. Lutz Arnold

<i>Bitte gut leserlich ausfüllen:</i> <b>Name:</b> <b>Vorname:</b> <b>Matr.-nr.:</b>	<i>Wird vom Prüfer ausgefüllt:</i> <table border="1"><tr><td>A</td><td>B1</td><td>B2</td><td><math>\Sigma</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	A	B1	B2	$\Sigma$				
A	B1	B2	$\Sigma$						

- **Bearbeiten Sie alle sechs Aufgaben A1-A6 und eine der zwei Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

**A1: Vollkommener Kapitalmarkt** In einem Kapitalmarkt sind je 10 Firmen mit Projekten der Typen 1, 2 bzw. 3 aktiv. Projekt 1 liefert  $R_1 = 120$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = \frac{5}{6}$ , Projekt 2 liefert  $R_2 = 125$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = \frac{4}{5}$  und Projekt 3 liefert  $R_3 = 150$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_3 = \frac{2}{3}$ . Im Misserfolgsfall liefern die Projekte nichts. Der Kapitaleinsatz ist  $B = 90$ , die Sicherheiten  $S = 30$ . Es herrscht vollständige Information, so dass für die Inhaber der verschiedenen Projekte verschiedene Kreditzinssätze  $r$  verlangt werden können. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 30.000i$ .

- (a) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KG})$ ,  $E(\pi_2^{KG})$  und  $E(\pi_3^{KG})$  in Abhängigkeit von  $r$ .
- (b) Wie lauten mit  $i$  als Einlagezins die jeweiligen Nullgewinnbedingungen für die Banken?
- (c) Ermitteln Sie aus den Bedingungen in Aufgabenteil (b) sowie der Gleichung für die Aufteilung von  $E(R)$  zwischen Kapitalnehmer und -geber den Einlagenzins  $i$ , bis zu dem die Firmen aus den drei Risikoklassen jeweils Kapital nachfragen, wenn die Kreditzinsen verlangt werden, die zu Nullgewinnen für die Banken führen.
- (d) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Einlagenzinssatz  $i$ .
- (e) Berechnen Sie aus den Bedingungen in Aufgabenteil (b) die unterschiedlichen Kreditzinsen  $r$ , die von den drei Risikoklassen verlangt werden.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A2: Aktienfinanzierung**  $N_1 = 100$  Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das  $R_1 = 150$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = \frac{4}{5}$  liefert.  $N_2 = 100$  andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das  $R_2 = 180$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = \frac{2}{3}$  liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz  $B = 100$  voraus. Es liegt asymmetrische Information vor. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 250.000i$ . Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von  $B$  einen Anteil  $s$  an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

(a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne  $E(\pi_j^{KN})$ ? Für welche  $s$  fragen die Firmen Kapital nach?

(b) Wie lauten  $E(\pi_j^{KG})$  und  $i(s)$ ?

(c) Berechnen Sie den markträumenden Wert von  $s$ .

(d) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.

(e) Wie sieht das Kapitalmarktgleichgewicht aus, wenn die Annahme asymmetrischer Information durch die Annahme symmetrischer Information ersetzt wird? Warum?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Langfristige Kreditbeziehungen**  $N = 50$  Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von  $B = 75$  erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = 80\%$  einen Payoff von 105. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile im Wert von  $R^f = 36$ , aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist  $\rho = 20\%$ . Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 200.000i$ .

- (a) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KN})$  in Abhängigkeit von  $r$ . Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz  $r$  lohnt, in Projekt 1 zu investieren.
- (b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von  $r$ ?
- (c) Berechnen Sie den Zins  $r_1$ , bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.
- (d) Berechnen Sie die Renditefunktion  $i(r)$ . Wie lauten  $i(r_1)$  und  $S[i(r_1)]$ ?
- (e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit  $r$  an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch ist der Gleichgewichtszins?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Diamond-Dybvig-Modell** Betrachten Sie eine Bank mit  $N = 2.000$  Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von  $R - 1 = 25\%$ . Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist  $L - 1 = -10\%$ . Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils  $1/2$  ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von  $R - 1$  bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „first come, first served“.

- (a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?
- (b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?
- (c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Wie viele Mittel bräuchte sie, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?
- (d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben, mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dar. Wie handelt er?
- (e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A5: Selbsterfüllende Erwartungen in Währungskrisen** Eine Zentralbank hat den Wechselkurs ihrer Währung 1:1 an eine Auslandswährung gebunden. Die Leistungsbilanz  $LB$ , die Kapitalexporte ohne Währungsspekulation  $KB'$  und die gemeinsam daraus resultierende Netto-Devisennachfrage  $KB' - LB$  sind gegeben. Zur Verteidigung der Währungsfixierung stehen der Zentralbank Währungsreserven in gegebener Höhe  $R$  zur Verfügung.  $N$  Spekulanten haben die Möglichkeit, sich in gegebenem Umfang  $B$  zu Zinsen  $i$  ( $> 0$ ) in dem Land zu verschulden und das Geld im Ausland zinslos anzulegen. Reichen die Währungsreserven der Zentralbank aus, um die Devisenübernachfrage aller Marktteilnehmer inklusive der Spekulanten zu decken, dann hält die Fixierung. Andernfalls fällt der Preis der Währung auf ein gegebenes Niveau  $S$  ( $< 1$ ).

- (a) Wie hoch ist der Verlust eines Spekulanten, der sich mit  $B$  verschuldet, das Geld ins Ausland schafft und es dort anlegt, wenn die Währungsfixierung hält?
- (b) Wie hoch ist sein Gewinn, wenn die Zentralbank die Währungsfixierung aufgeben muss? Unter welcher Bedingung ist der Gewinn positiv?
- (c) Formulieren Sie die Bedingung dafür, dass die Reserven ausreichend sind, um die Devisenübernachfrage zu decken, wenn ein einzelner Spekulant sich verschuldet und das Geld ins Ausland schafft.
- (d) Formulieren Sie die Bedingung dafür, dass die Reserven zu gering sind, um die Devisenübernachfrage zu decken, wenn alle Spekulanten sich verschulden und das Geld ins Ausland schaffen.
- (e) Welche Gleichgewichte gibt es, wenn die Bedingungen aus den Aufgabenteilen (b)–(d) erfüllt sind? (Keine Argumentation notwendig.)

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A6: Bubbles** Betrachten Sie eine Aktie, die eine konstante Dividende  $D = 1$  zahlt, und eine Bubble  $B_t$ , die mit Wahrscheinlichkeit 12% platzt (auf  $\eta_{t+1}$  mit  $E_t\eta_{t+1} = 0$ ) und mit der Gegenwahrscheinlichkeit auf den 1,25-fachen Wert wächst. Der Zins ist  $i = 10\%$ .

- (a) Wie hoch ist der Fundamentalwert  $F$  der Aktie?
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert  $E_t B_{t+1}$  der Bubble.
- (c) Zeigen Sie, dass  $Q_t = F + B_t$  die Gleichgewichtsbedingung  $E_t(Q_{t+1} + D_{t+1}) = (1 + i)Q_t$  erfüllt.
- (d) Sei  $B_0 = -1$ . Wieviele Perioden (ganze Zahl!) muss die negative Bubble sich mindestens aufblähen, damit beim Fundamentalkurs aus Aufgabenteil (a) der Aktienkurs negativ wird?
- (e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit passiert das?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht** Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ( $j = 1, 2$ ), die jeweils über Sicherheiten  $S$  verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_j^{KN})$  und die erwartete Rückzahlung  $E(\pi_j^{KG})$  für einen Kredit an Risikoklasse  $j$ ?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze  $r_j$ , bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion  $E(p_j | r \leq r_j)$ ? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn  $r$  steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j) = E(p_j | r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$  vom Zins  $r$  ab? Wie lautet die Renditefunktion  $i(r)$ ? Erklären Sie den Verlauf von  $i(r)$ . Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum  $i(r)$  das globale Maximum bei  $r_2$  erreicht.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei  $S(i)$ . Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei  $r_1$  (d.h.  $S[i(r_1)]$ ) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins  $r_1$  vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie ist der Zins  $\tilde{r}_1$  definiert? Markieren Sie  $\tilde{r}_1$  in der Grafik aus Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei  $\tilde{r}_1$ , wenn die Kreditvergabe bei  $r_1$  durch  $\tilde{S}$  gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von  $\tilde{S}$ , bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie, warum es im Zwei-Preis-Gleichgewicht für die Kapitalgeber keinen Gewinn erbringt, entweder mit einem Zins  $r < \tilde{r}_1$  außer  $r_1$  oder mit einem Zins  $r > \tilde{r}_1$  abzuweichen.

**Aufgabe B2: Grenzen der Arbitrage** Ein Asset liefert Dividendenzahlungen mit konstantem Erwartungswert  $E_t D_{t+1} = D$ . Noise trader investieren  $x$  in  $t = 0$  und  $x_t = NF$  ab  $t = 1$ , wobei  $F$  der Fundamentalwert ist. Arbitrageure können maximal  $\bar{y}$  investieren und maximal  $\bar{s}$  Assets shorten.

(a) Beschreiben Sie das Investitionsverhalten der Arbitrageure in Abhängigkeit von der Kursentwicklung.

(b) Wie hoch ist der Fundamentalwert  $F$  des Assets (bei dem sich das Asset im Erwartungswert mit dem sicheren Zins  $i$  verzinst)?

(c) Wie lautet die Marktträumungsbedingung für den betrachteten Aktienmarkt?

(d) Wie hoch ist der gleichgewichtige Kurs  $Q_t$  in den Perioden  $t = 1, 2, \dots$ ? Wie verhalten sich die Arbitrageure? Argumentieren Sie, dass das mit der Annahme über ihr Investitionsverhalten aus Auf-



gabenteil (a) kompatibel ist.

(e) Jetzt zur Periode  $t = 0$ : Wie lässt sich die Antwort zu Aufgabenteil (a) vereinfachen, wenn man  $Q_1$  durch  $F$  ersetzt?

(f) Stellen Sie in einer Tabelle dar, wie sich der gleichgewichtige Kurs in  $t = 0$  in Abhängigkeit von  $x$ ,  $\bar{y}$  und  $\bar{s}$  ergibt.

(g) Leiten Sie sukzessive die Gleichgewichtskurse für die vier unterschiedlichen Fälle in der Tabelle in Aufgabenteil (f) aus der Markträumungsbedingung in Aufgabenteil (c) und der vereinfachten Investitionsregel aus Aufgabenteil (e) her.

Kapitalmarkttheorie SS 2017







