

Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“ (DPO 2000)

WS 2003/04, 8.3.2004

Prof. Dr. Lutz Arnold

**Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3!** In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

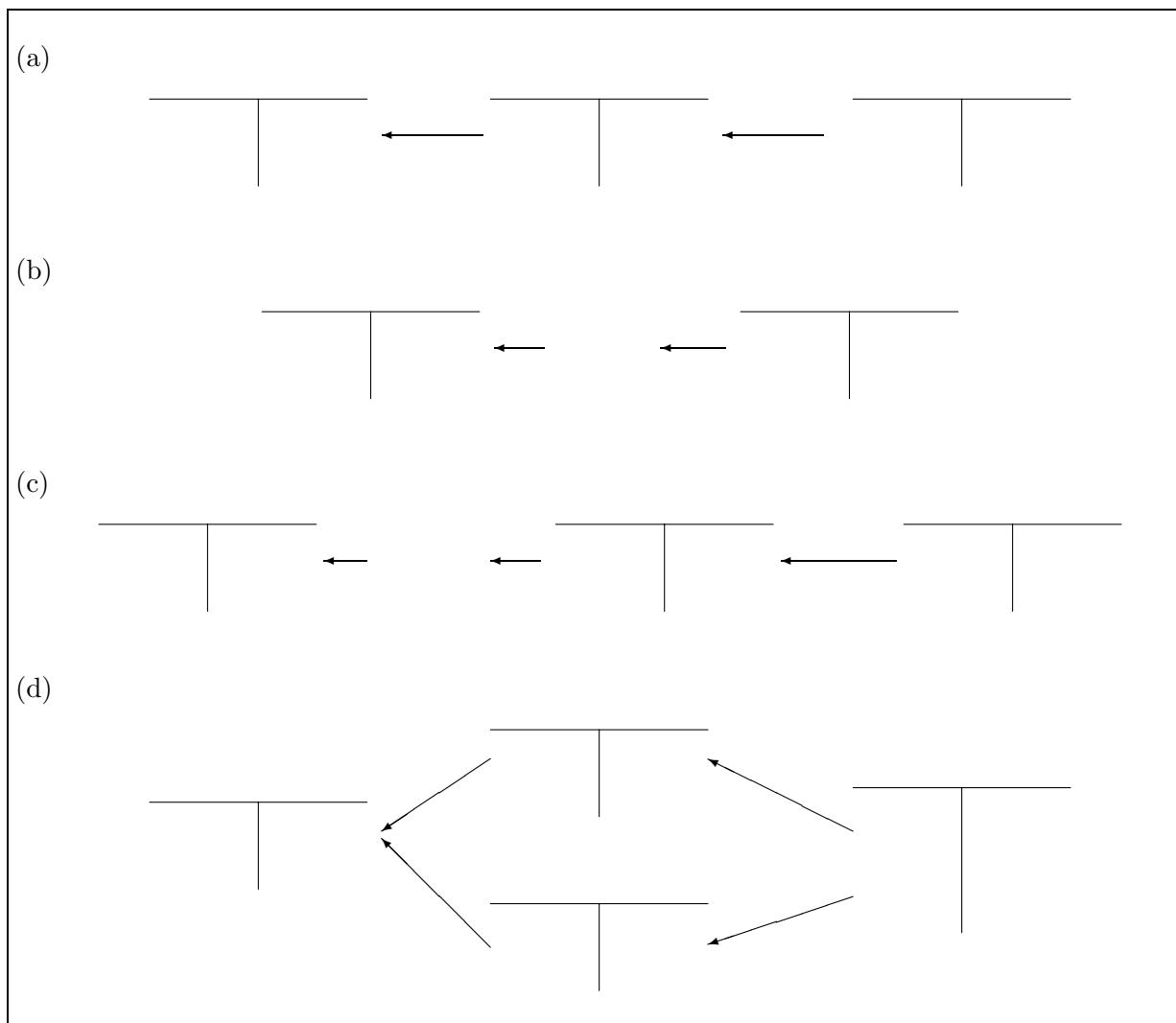
**A1:** Betrachten Sie folgendes Ponzi-Spiel: Die Teilnahmegebühr beträgt 150 Euro. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss 8 Nachfolger finden. Er erhält dann 5 Euro Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Das Ponzi-Spiel beginnt in Stufe 1 mit einem Teilnehmer und endet mit Stufe 3. Die Provisionen werden ausschließlich aus den Teilnahmegebühren nachfolgender Spielstufen bezahlt. Tragen Sie in die unten stehende Tabelle ein: (a) Die jeweiligen Teilnehmerzahlen der drei Spielstufen, (b) den Gewinn für den Veranstalter pro Spieler und (c) gesamt (jeweils nach Begleichung von Provisionen aus den Teilnahmegebühren), den Gewinn für die Spieler (d) pro Spieler und (e) gesamt. (f) Wie hoch ist der Gesamtgewinn des Veranstalters?

(a)-(e)

Stufe	Teilnehmer	Gewinn für Veranstalter		Gewinn für Spieler	
		pro Spieler	gesamt	pro Spieler	gesamt
1					
2					
3					
Summe		/		/	

(f)

**A2:** Skizzieren Sie, indem Sie die unten stehenden Abbildungen komplettieren, (a) ein bankenbasiertes Finanzsystem und (b) ein finanzmarktbasiertes Marktsystem, (c) das „neue Paradigma“ bei der Unternehmensfinanzierung und (d) die Wirkung der Verbriefung von Krediten durch ABSs und CDOs. (Kennzeichnen Sie, um wessen Bilanzen es sich handelt und welche Posten darin auftauchen.)



**A3:** Betrachten Sie die Tauschökonomie unter Unsicherheit. (a) Wie lauten die Formeln, die die Bedingungen für Pareto-Optimalität angeben (Herleitung nicht notwendig)? (b) Wie lautet die Budgetrestriktion von Konsument  $i$  bei Vorliegen von Terminmärkten? (c) Wie lauten dann die Bedingungen für Nutzenmaximierung (Herleitung nicht notwendig)? (d) Woran sieht man, dass das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten Pareto-optimal ist? (e) Wie lauten die Budgetbeschränkungen, wenn es keine Terminmärkte gibt, aber Finanzmärkte, auf denen Arrow securities gehandelt werden? (f) Zeigen Sie, dass diese beiden Budgetbeschränkungen bei Preisen  $p_\theta p_{j\theta}^{spot} = p_{j\theta}$  die Budgetrestriktion aus der Terminmarkt-Ökonomie ergeben (so dass das Marktgleichgewicht Pareto-optimal ist).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

**A4:** Definieren Sie die Begriffe (a) White noise und (b) Random walk. (c) Was ist die Gleichgewichtsbedingung in einem Aktienmarkt mit kurzen Zeithorizonten, in denen Zinsen und Dividenden keine Rolle spielen, Risikoneutralität und rationalen Erwartungen? (d) Was bedeutet das für das Verhalten von Aktienkursen (Herleitung nicht notwendig)? (e) Zeigen Sie: Wenn  $Q_t$  ein Gleichgewichtskurs ist und  $B_t$  ein Random walk, dann ist auch  $Q_t + B_t$  ein Gleichgewichtskurs. (f) Zeigen Sie: Die Bubble

$$B_{t+1} = \begin{cases} \frac{B_t}{p}; & \text{W'keit } p \\ \eta_{t+1}; & \text{W'keit } 1 - p \end{cases}$$

mit  $E_t(\eta_{t+1}) = 0$  folgt einem Random walk.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

**A5:** (a) Welche Implikation hat das Modell der Stock market economy für die Frage, welche Ziele verschiedene Aktionäre dem Management auftragen wollen? (b) Welches Problem stellt sich nach Berle und Means bei der Erreichung dieses Ziels? (c) Welche Rolle schreibt Manne dem Aktienmarkt bei der Lösung dieses Problems zu? (d) Was wenden Grossman und Hart ein? Skizzieren Sie das Grossman-Hart-Argument kurz (mit den Symbolen  $\underline{v}$  = Wert bei schlechtem Management,  $\bar{v}$  = Wert bei effizientem Management,  $c$  = Kosten eines Takeovers).

(a)

(b)

(c)

(d)

**A6:** Betrachten Sie das Stiglitz-Weiss-Modell zu adverser Selektion ohne Mikro-Fundierung. Die Ersparnis in Abhängigkeit vom Kreditzins sei

$$S[i(r)] = \begin{cases} 100r - 2; & \text{für } 2\% \leq r \leq 10\% \\ 40r - 4; & \text{für } 10\% < r \leq 35\% \end{cases} .$$

Die Investitionsfunktion laute:

$$I(r) = \begin{cases} 9; & \text{für } r \leq 10\% \\ 6; & \text{für } 10\% < r \leq 35\% \end{cases} .$$

(a) Illustrieren Sie den Kreditmarkt anhand eines Diagramms mit  $r$  an der waagerechten Achse und  $S$  und  $I$  an der senkrechten Achse. (b) Wie hoch sind Kapitalangebot und -nachfrage bei  $r = 10\%$ ? (c) Gibt es einen Zins  $r > 10\%$ , bei dem  $S = I$  gilt? Welchen? (d) Erklären Sie, warum der Zins nicht über  $r = 10\%$  hinaus steigt (nehmen Sie dabei  $S'(i) > 0$  an). (e) In welchem Umfang liegt gleichgewichtige Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A7:** Im Moral-hazard-Modell mit langfristigen Bank-Kunde-Beziehungen ist  $R^f$  der Payoff für den Kapitalnehmer bei unsachgemäßer Mittelverwendung,  $p_1$  die Erfolgswahrscheinlichkeit bei sachgemäßer Investition,  $R_1$  der Payoff im Erfolgsfall und  $B$  der Kapitablbedarf (kein Return bei Fehlschlag, keine Sicherheiten). Der erwartete Gewinn bei Investition ist  $E(\pi_1^{KN}) = p_1[R_1 - (1+r)B]$ . (a) Wie lautet die Bedingung dafür, dass *ohne* die Drohung, dass bei unsachgemäßer Mittelverwendung der Zugang zu Kapital beendet ist, das aufgenommene Kapital sachgemäß verwendet wird? (b) Mit welcher Annahme über  $R^f$ ,  $p_1$ ,  $R_1$  und  $B$  wird dieser Fall ausgeschlossen? (c) Setzen Sie die Nullgewinnbedingung für Banken bei sachgerechter Mittelverwendung ( $(1+i)B = p_1(1+r)B$ ) in die Erwartungsgewinnfunktion ein. (d) Wie lautet bei Diskontierung mit Rate  $\rho$  die Bedingung für sachgemäßes Investieren mit der Summation bis in alle Zukunft ausgedrückt? (e) Vereinfachen Sie diese Bedingung mit Hilfe der Formel für die ewige Rente, und lösen Sie nach  $i$  auf (mit ein paar Rechenschritten).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A8:** Betrachten Sie ein Investitionsprojekt mit Input 1 und unsicherem Payoff  $R$  (Verteilungsfunktion  $H(R)$ ). Der Kapitalgeber muss  $\gamma$  Einheiten Output aufwenden, um  $R$  beobachten zu können (costly state verification). Ein Finanzkontrakt legt Rückzahlungen  $x[R, A(R)]$  fest, die von der gemachten Angabe  $A(R)$  und vom wirklichen Payoff  $R$  abhängen. (a) Wie lautet  $x[R, A(R)]$  bei einem Standard-Schuldvertrag? (b) Definieren Sie die „Default“-Menge  $D$  und die „Service“-Menge  $S$ . In der „Service“-Menge  $S$  muss  $x[R, A(R)] = 1 + r$  gelten. (c) Wie lautet damit der erwartete Payoff (d.h. wegen Risikoneutralität: der Erwartungsnutzen)  $E(U)$  des Kapitalnehmers? (d) Stellen Sie die Gleichung auf, die besagt, dass die Kapitalgeber eine exogene Verzinsung  $\rho$  ihres Kapitals verlangen. (e) Addieren Sie die beiden Gleichungen aus den Aufgabenteilen (c) und (d). (f) Was lässt sich daraus für den optimalen Finanzkontrakt schließen? Begründen Sie, dass  $x[R, A(R)] = R$  gelten muss.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)



**Aufgabe B1: Erwartungsnutzen**

Betrachten Sie eine Lotterie  $x$ , die mit jeweils gleich hoher Wahrscheinlichkeit  $x_1 = 150$  oder  $x_2 = 50$  auszahlt. Die Nutzenfunktion lautet  $u(c) = \ln c$ .

- (a) Wie hoch ist der Erwartungswert der Lotterie?
- (b) Fertigen Sie ein  $(x_1, x_2)$ -Diagramm an, in welches Sie zunächst den Punkt  $(x_1, x_2) = (150, 50)$  und die 45-Grad-Linie eintragen. Wofür steht die 45-Grad-Linie?
- (c) Wie lautet die Gleichung für die Gerade  $x_2(x_1)$ , die alle denkbaren Kombinationen von  $x_1$  und  $x_2$  angibt, bei denen die Lotterie den Erwartungswert aus Aufgabenteil (a) hat? (Hinweis: Beide Zustände sind weiterhin gleich wahrscheinlich.) Zeichnen Sie diese Gerade in obiges  $(x_1, x_2)$ -Diagramm ein. Welche Steigung hat sie? Erläutern Sie den Schnittpunkt der Geraden mit der 45-Grad-Linie.
- (d) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen im Punkt  $(x_1, x_2) = (150, 50)$ ?
- (e) Zeichnen Sie eine Indifferenzkurve durch  $(x_1, x_2) = (150, 50)$ . Bestimmen Sie die Steigung der Indifferenzkurve. Wie hoch ist die Steigung im Schnittpunkt von Indifferenzkurve und 45-Grad-Linie? Welches Krümmungsverhalten weist die Indifferenzkurve auf? (Hinweis: Leiten Sie den Ausdruck für die Steigung der Indifferenzkurve nach  $x_1$  ab und bestimmen Sie das Vorzeichen dieser Ableitung.)
- (f) Zeichnen Sie jetzt eine Indifferenzkurve durch den Punkt, in dem sich die 45-Grad-Linie und die Gerade aus Aufgabenteil (c) schneiden. Welches Nutzenniveau repräsentiert diese Indifferenzkurve?
- (g) Schließen Sie aus Ihren Überlegungen, welche Einstellung zum Risiko ein Individuum mit Nutzenfunktion  $u(c) = \ln c$  hat.

**Aufgabe B2: Diamond-Dybvig-Modell**

- (a) Jeder Anleger besitzt eine Einheit Kapital. Beschreiben Sie mit Hilfe einer Tabelle die Investitionsmöglichkeiten im Diamond-Dybvig-Modell. Gehen Sie dabei von  $R = 2,72$  und  $L = 0,8$  aus.
- (b) Wie modellieren Diamond und Dybvig Liquiditätsunsicherheit? (Hinweis: Die beiden möglichen Fälle sind wie in der Vorlesung gleich wahrscheinlich.) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen der Anleger, wenn ihre Nutzenfunktion  $u(c) = -e^{-c}$  ist?
- (c) Wie lautet das Optimierungsproblem, welches auf die optimale Risikoallokation führt? Lösen Sie es. Wie hoch ist die optimale Pro-Kopf-Investition in die langfristige Anlage,  $I^*$ ? Wie hoch sind die Konsumniveaus  $c_1^*$  und  $c_2^*$ ? Wie groß ist der Erwartungsnutzen der Anleger? (Hinweis: Runden Sie Ihre Ergebnisse für  $I^*$  und  $c_1^*$  auf zwei Nachkommastellen und Ihr Ergebnis für  $c_2^*$  auf drei Nachkommastellen.)  
(Hinweis: Wenn Sie keine numerischen Ergebnisse haben, benutzen Sie im Folgenden die inkorrekten Vorgaben:  $I^* = 0,5$ ,  $c_1^* = 1$  und  $c_2^* = 2,72$ .)
- (d) Betrachten Sie eine Bank mit 1.000.000 Kunden. Wie viel muss die Bank insgesamt langfristig investieren, wenn sie strikt im Interesse der Anleger handelt? Wie viel wird kurzfristig angelegt? Wie

sehen die Sichteinlagenkontrakte aus, die die Bank ihren Kunden in  $t = 0$  anbietet?

(e) Wie viele Mittel besitzt die Bank in  $t = 1$  und in  $t = 2$  insgesamt, wenn sie ihre Langfristanlagen nicht angreift? Angenommen, nur die ungeduldigen Anleger heben ihre Einlagen in  $t = 1$  ab. Welche Ansprüche werden dann in  $t = 1$  und in  $t = 2$  gegen die Bank gestellt? Kann die Bank alle Ansprüche bedienen? Ist die Situation ein Gleichgewicht? Falls ja, warum?

(f) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in  $t = 1$ , wenn sie die langfristigen Anlagen komplett liquidiert? Wie hoch sind die Ansprüche, wenn alle (ungeduldigen und geduldigen) Anleger in  $t = 1$  abheben wollen? Kann die Bank alle Ansprüche bedienen? Ist auch das ein Gleichgewicht? Warum?

(g) Durch welche Maßnahmen lassen sich Bank-runs im Diamond-Dybvig-Modell vereiteln?

### **Aufgabe B3:** *Moral hazard und Kreditrationierung*

$N$  identische Firmen ohne Sicherheiten können jeweils zum Zins  $r$  Kapital in Höhe von  $B$  bei Banken leihen, um damit (nicht beobachtbar) entweder in Projekt 1 oder in Projekt 2 zu investieren. Projekt  $j$  ( $j = 1, 2$ ) bringt mit Wahrscheinlichkeit  $p_j$  eine Auszahlung von  $R_j$  und mit Wahrscheinlichkeit  $(1 - p_j)$  eine Zahlung von null. Annahmegemäß gilt:  $R_2 > R_1$ ,  $p_1 R_1 > B$ ,  $p_2 R_2 > B$  sowie  $p_1(R_1 - B) > p_2(R_2 - B)$ . Das Kapitalangebot der Bankkreditoren ist  $S = S(i)$  ( $S(0) = 0$ ,  $dS(i)/di > 0$ ).

(a) Zeigen Sie, dass  $p_1 > p_2$  ist.

(b) Welches Projekt ist aus volkswirtschaftlicher Perspektive das bessere? (Mit Begründung!)

(c) Wie lauten die erwarteten Gewinne einer Firma, die in Projekt  $j$  ( $j = 1, 2$ ) investiert?

(d) Warum wird eine Firma auf jeden Fall investieren?

(e) Zeigen Sie, dass die Projektwahl einer Firma von der Höhe des Zinssatzes abhängt. Wie lautet der kritische Zinssatz  $r_1$ , oberhalb dessen die Firmen riskant investieren?

(f) Zeigen Sie anhand einer Grafik, dass  $r_1$  kleiner ist als der maximal mögliche Zinssatz  $(R_2/B) - 1$ .

(g) Leiten Sie – ausgehend von der Nullgewinne-Bedingung der Banken – die Rendite  $i$  her, die Banken ihren Sparern bieten können. Zeichnen Sie dann die Funktion  $i(r)$ . (Hinweis:  $i(r_1) > 0$ .)

(h) Zeichnen Sie die Kapitalangebotsfunktion  $S[i(r)]$  und zeigen Sie, unter welchen Annahmen es im Gleichgewicht zu Kreditrationierung kommt.