Master-Prüfung

„Kapitalmarkttheorie II“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

WS 2021/22

14.03.2022

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:

Name:

Vorname:

Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben A1-A5 und zwei der drei Aufgaben B1-B3!

- Die Bearbeitungsdauer beträgt **90 Minuten**.
- In den Aufgaben **A1-A5** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar.
- Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).
- Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **15 Punkte** erreichbar.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 13.

A1: Edgeworth-Box

Betrachten Sie eine Zwei-Zeitpunkte-Ökonomie mit zwei möglichen Umweltzuständen in $t+1$, die jeweils mit 50% Wahrscheinlichkeit eintreten, sowie ohne Konsum und Ausstattungen in t. Die eine Hälfte der Konsumenten hat Ausstattungen $(y_1^1, y_2^1) = (1,3)$, die andere Hälfte $(y_1^2, y_2^2) = (3,1)$. Beide haben die gleiche Nutzenfunktion, die symmetrisch in Bezug auf c_1^i und c_2^i ist.

(a) Zeichnen Sie eine Edgeworth-Box für diese Ökonomie und darin den Ausstattungspunkt.

(b) Illustrieren Sie mit Indifferenzkurven, die Menge der Pareto-optimalen Allokationen.

(c) Markieren Sie in Ihrer Grafik das Marktgleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten. Wie viel konsumieren die einzelnen Konsumenten?

(d) Welche Gleichgewichtsallokation stellt sich demgegenüber ein, wenn es nur Spotmärkte gibt? Warum?

(e) Würde sich an der Allokation aus (d) etwas ändern, wenn es einen kontingenten Gütermarkt für einen der beiden Zustände gibt, aber nicht für den anderen? Warum?

(a, b, c)

(d)

(e)

A2: Allais-Paradoxon Betrachten Sie die folgenden Lotterien (Zahlungen in der ersten Zeile, Eintrittswahrscheinlichkeiten darunter):

20 Euro	10 Euro	0 Euro
$\frac{1}{10}$	$\frac{22}{25}$	$\frac{1}{50}$
0	1	0

20 Euro	10 Euro	0 Euro
$\frac{1}{6}$	0	$\frac{5}{6}$
0	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$

(a) Angenommen, ein Entscheider wählt in der linken Tabelle die untere Lotterie. Erklären Sie mit einem Satz sein Motiv.

(b) Angenommen, der Entscheider wählt in der rechten Tabelle die obere Lotterie. Was ist hier sein Motiv?

(c) Wie lautet die Ungleichung, die besagt, dass er gemäß Erwartungsnutzen in der linken Tabelle die untere Lotterie vorzieht?

(d) Wie lautet die Ungleichung, die besagt, dass er in der rechten Tabelle die obere Lotterie vorzieht?

(e) Zeigen Sie, dass das Entscheidungsverhalten aus (c) und (d) nicht mit der Erwartungsnutzentheorie vereinbar ist, indem Sie die Bedingungen so umformen, dass jeweils nur $\frac{3}{25}u(10\,\text{Euro})$ auf der einen Seite der Ungleichung steht.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Fundamentale Asset-pricing-Gleichungen (a) In einem ECAS gilt: $-(u^i)'(c_0^i)\tilde{p}_s + \beta^i \pi_s (u^i)'(c_s^i) = 0$. Zeigen Sie, dass hieraus folgt, dass es einen einheitlichen SDF M gibt.

(b) In einem ECFM gilt: $p_k = \sum_{s=1}^{S} \tilde{p}_s a_{sk}$. Leiten Sie mit (a) die fundamentale Asset-pricing-Gleichung her.

(c) Wie lautet die Kovarianz $\sigma_{M,a}$ zwischen M und a_k?

(d) Leiten Sie aus (b), (c) und $E(M) = 1/(1+r)$ den Zusammenhang zwischen p_k, $E(a_k)$, $\sigma_{M,a}$ und r her.

(e) Interpretieren Sie den Zusammenhang aus (d).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen Sei S = 3. Ein Asset hat den mit Payoff-Vektor $(3, 8, 14)$.

(a) Wie lauten die Payoff-Vektoren für Call-Optionen auf das Asset mit strike prices 7 bzw. 13 (Assets 2 und 3)?

(b) Berechnen Sie das Portfolio (z_1, z_2, z_3), mit dem der Payoff-Vektor $(0, 0, 1)$ generiert wird.

(c) Berechnen Sie die Portfolios, mit denen die Payoff-Vektoren $(0, 1, 0)$ und $(1, 0, 0)$ generiert werden.

(d) Mit welchem Portfolio wird der Payoff-Vektor $(1, 1, 1)$ generiert?

(e) Angenommen, statt des Assets mit Payoff-Vektor $(3, 8, 14)$ gibt es zwei andere Assets mit mit Payoff-Vektoren $(2, 2, 8)$ und $(1, 6, 6)$ (von denen keines in jedem Zustand unterschiedliche Payoffs hat). Wie lässt sich trotzdem der Finanzmarkt mit Optionen komplettieren?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Gesetz iterierter Erwartungen Es gebe $S = 5$ Umweltzustände und drei Zeitpunkte $t = 1, 2, 3$. Die Umweltzustände treten mit Wahrscheinlichkeiten von $\pi_1 = 10\%$, $\pi_2 = 15\%$, $\pi_3 = 20\%$, $\pi_4 = 25\%$ und $\pi_5 = 30\%$ ein. Eine Zufallsvariable x nimmt die Werte $x_1 = 50$, $x_2 = 60$, $x_3 = 100$, $x_4 = 108$ bzw. $x_5 = 130$ an. In $t = 1$ sind alle Zustände in der Informationsmenge $\sigma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. In $t = 2$ gibt es drei Informationsmengen: $\sigma'_1 = \{1, 3\}$, $\sigma'_2 = \{2, 4\}$ und $\sigma'_3 = \{5\}$. In $t = 3$ hat sich die Unsicherheit aufgelöst.

(a) Stellen Sie die Angaben grafisch dar.

(b) Wie hoch ist $E(x|\,\sigma)$?

(c) Berechnen Sie $E(x|\,\sigma'_1)$.

(d) Berechnen Sie $E(x|\,\sigma'_2)$ und $E(x|\,\sigma'_3)$.

(e) Berechnen Sie $E[E(x|\,\sigma')|\,\sigma]$, und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus (b).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie in der CCM-Ökonomie

Betrachten Sie die Ökonomie mit S (≥ 2) Umweltzuständen und kontingenten Gütermärkten (CCMs).

(a) Erklären Sie, was ein CCM ist.

(b) Definieren Sie machbare („feasible") Allokationen $(\mathbf{c}^i)_{i=1}^I$. Definieren Sie Pareto-Optimalität.

(c) Wie lautet i's Budgetbeschränkung? Definieren Sie ein Gleichgewicht mit CCMs (ECCM).

(d) Formulieren Sie den ersten Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie für die CCM-Ökonomie. Beweisen Sie ihn. Nehmen Sie dazu an, dass es eine Pareto-superiore machbare Allokation gibt; zeigen Sie, dass diese Allokation zu Gleichgewichtspreisen teurer ist; und führen Sie das zu einem Widerspruch.

(e) Erklären Sie den Zusammenhang des CCM-Modells mit dem Standard-Gleichgewichtsmodell mit nur einem Zeitpunkt, aber mehreren Gütern.

(f) Erklären Sie (ohne Formeln), warum und wie die gleiche Allokation wie mit CCMs auch mit Finanz- (Arrow-securities-) Märkten erreicht werden kann.

Aufgabe B2: Modigliani-Miller-Thorem

Die Budgetrestriktionen in der ESDE lauten:

$$c_0^i - y_0^i \leq -\sum_{s=1}^{S} \tilde{p}_s \tilde{z}_s^i - \sum_{j=1}^{J} (\theta^{ij} - \bar{\theta}^{ij}) v^j - p_b b^i + \sum_{j=1}^{J} \theta^{ij} p_b b^j$$

$$c_s^i \leq \tilde{z}_s^i + \sum_{j=1}^{J} \theta^{ij} (\tilde{y}_s^j - b^j) + b^i.$$

(a) Wie unterscheiden sich diese Budgetrestriktionen von denen in der ESME?

(b) Formulieren Sie das Modigliani-Miller-Theorem.

(c) Interpretieren Sie den Ausdruck für b^{i^*} im Theorem. Wodurch ist die Anzahl von Bonds, die i im ESDE kauft, bestimmt?

(d) Definieren Sie $B^{i'''}$ und $B^{i''''}$, und erläutern Sie die Formel

$$\mathbf{c}^{i*} \in B^{i''''} \subseteq B^{i'''}.$$

(e) Beweisen Sie $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i''''}$.

(f) Beweisen Sie $B^{i''''} \subseteq B^{i'''}$. Nehmen Sie dabei an, dass i in der SME

$$\tilde{z}_s^{i\prime} = \tilde{z}_s^i + b^i - \sum_{j=1}^{J} \theta^{ij} b^j$$

Arrow securities kauft.

(g) Komplettieren Sie den Beweis, indem Sie Markträumung beweisen.

Aufgabe B3: Fundamentalwert im Mehr-Perioden-Modell mit Risikoaversion

(a) Wie lautet die fundamentale Asset-pricing-Gleichung, die den Preis $p_{k,t}$ von Asset k im Mehr-Perioden-Modell angibt? Interpretieren Sie: Welche Assets sind bei gegebenen erwarteten Payoffs teuer?

(b) Definieren Sie den kumulierten Diskontfaktor $\bar{M}_{t,\tau}$ für den Fall von Risikoneutralität. Was folgt aus der Definition für $\bar{M}_{t,t+1}$ und für $\bar{M}_{t,\tau}/M_{t+1}$?

(c) Wie lautet die Formel für den Fundamentalwert? Erklären Sie sie mit einem Satz.

(d) Argumentieren Sie, dass der Fundamentalwert eindeutig bestimmt ist.

(e) Beweisen Sie die Gültigkeit der Formel aus (c) per Rückwärtsinduktion.

(f) Was folgt aus der fundamentalen Asset-pricing-Gleichung aus (a) im Fall ohne Diskontierung und bei Risikoneutralität für einen Zeitpunkt t vor einem Zeitpunkt ohne Dividendenzahlung? Erklären Sie das Ergebnis mit einem Satz.