Master-Prüfung „Kapitalmarkttheorie 2“

WS 2020/21, 15.3.2021

Prof. Dr. Lutz Arnold

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

	1	2	3	4	5	6	$\sum$
MC							
R						$\times$	

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben MC1-MC6 und <u>alle fünf</u> Aufgaben R1-R5!**

- Die Multiple-Choice Aufgaben **MC1-MC6** werden wie folgt bepunktet:

richtig	6	5	4	3	2	1	0
Punkte	5	4	3	0	0	0	0

  Markieren Sie die Nummern der korrekten Aussagen auf dem Lösungsblatt.

- In den Aufgaben **R1-R5** sind maximal je **10 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).

  Tragen Sie die Lösungen inklusive vollständigem Rechenweg im Lösungsblatt ein.

- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.

- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

MC1 *Zwei-Zustände-Ökonomie*

1 In der Zwei-Zustände-CCM-Ökonomie gibt es zwei kontingente Gütermärkte.

2 Auf dem kontingenten Gütermarkt 1 wird vereinbart, dass bei Realisierung von Zustand 1 (und nur dann) Lieferung und Zahlung des Guts erfolgen.

3 Gemäß der CCM-Budgetrestriktion kann man nicht für beide Zustände den Anspruch auf Lieferung von Gütern kaufen.

4 Wenn jeder seine Ausstattungen konsumiert, ist die Definition einer machbaren („feasible") Allokation erfüllt.

5 Die Gültigkeit des ersten Hauptsatzes der Wohlfahrtstheorie folgt aus dem entsprechenden Satz für Ökonomien ohne Unsicherheit, aber mit mehr als zwei Gütern.

6 Um im Modell mit Finanzmärkten Kaufkraft nur in Zustand 2 zu transportieren, muss man ein Portfolio aus beiden Assets bilden.

MC2 *Erwartungsnutzen*

1 Die Gültigkeit des ersten Hauptsatzes der Wohlfahrtstheorie für die Finanzmarktökonomie setzt die Darstellung des Nutzens als Erwartungsnutzen nicht voraus.

2 Das Sankt-Petersburg-Paradoxon besteht darin, dass ein Entscheider in der Praxis nur einen begrenzten Betrag für die Teilnahme an der betreffenden Lotterie zahlen würde.

3 Auch für einen risikoaversen Entscheider lassen sich Lotterien konstruieren, die einen unendlichen Erwartungsnutzen liefern.

4 Liegt eine Arbitrage-Möglichkeit vor, dann kann ein Individuum von jedem Portfolio ausgehend, mit einem anderen Portfolio einen höheren Nutzen erreichen, d.h. sein Nutzenmaximierungskalkül hat keine Lösung.

5 Wie hoch der Fundamentalwert eines Assets ist, hängt nicht von der Risikoeinstellung der Individuen ab.

6 Der Fundamentalwert der Assets in einem No-trade equilibrium des Mehr-Perioden-Modells ist bei der Nutzenfunktion $u(c) = 2c$ doppelt so hoch wie bei $u(c) = c$.

MC3 *Stochastischer Diskontfaktor*

1 Der Berechnung des SDF liegt zugrunde, dass der gesamte Nutzen die Summe von aktuellem Nutzen und diskontiertem zukünftigen Erwartungsnutzen ist.

2 Bei einem gegebenen Portfolio sind verschiedene Konsumvektoren erreichbar.

3 Die Grenzrate der Substitution MRS_s^i gibt an, auf wieviel aktuellen Konsum i im Gegenzug für einen marginalen Anstieg des Konsums in Zustand s zu verzichten bereit ist.

4 Für zwei Zustände s und s' mit gleichen $MRS_s^i = MRS_{s'}^i$ für alle i können die SDFs $M_s = M_{s'}$ unterschiedlich sein.

5 Im Gleichgewicht ist $MRS_s^i > MRS_s^{i'}$ wenn i in s weniger konsumiert als i'.

6 Das Equity premium puzzle besteht darin, dass Aktien eine deutlich höhere Rendite abwerfen als festverzinsliche Anlagen.

MC4 *Finanzmarktvollständigkeit*

1 Ist $\pi_s > \pi_{s'}$, dann ist die Arrow security für Zustand s immer teurer als die für Zustand s'.

2 Wird die betreffende Arrow security für jeden einzelnen Zustand gehandelt, dann ist der Finanzmarkt vollständig.

3 In einem ECAS muss ein Konsument für jeden einzelnen Zustand, in dem er einen Konsum wählt, der niedriger ist als seine Anfangsausstattung, eine positive Menge von Arrow securities verkaufen.

4 Multipliziert man die Payoff-Matrix mit einem Portfolio, dann erhält man im EFM den Vektor der Asset-Preise.

5 Für Finanzmarktvollständigkeit darf die Payoff-Matrix nicht mehr Zeilen als Spalten haben.

6 Ist $K > S$ und existiert ein ECAS, dann existiert ein ECFM, in dem $K-S$ Assets nicht gehandelt werden.

MC5 *SME und CAPM*

1 Die Allokation in einem ESME ist die gleiche wie in jeder Tauschökonomie, in der die über alle Individuen aufsummierten Anfangsausstattungen den über alle Firmen aufsummierten Firmenoutputs entsprechen.

2 Die Firmenanteile θ^{ij}, die die Haushalte in einem ESME halten, sind eindeutig bestimmt.

3 Nach der CAPM-Formel liegt die Rendite eines Assets, dessen Rendite negativ mit der Marktrendite korreliert ist, unter dem sicheren Zins.

4 Shareholder unanimity impliziert, dass eine Erhöhung des Unternehmenswerts v^j das Budget von mehr als drei Vierteln aller Aktionäre des Unternehmens erhöht.

5 Das CAPM und Consumption-based asset pricing sind konkurrierende Ansätze zur Erklärung von Asset-Preisen, die auf Basis jeweils unterschiedlichen Annahmen zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, die für jeweils unterschiedliche Kontexte passend sind.

6 Das CAPM mit β als einziger erklärender Variable funktioniert für Aktienrenditen schlecht.

MC6 *Modigliani-Miller-Theorem*

1 Nach der gesamtwirtschaftlichen Version des Modigliani-Miller-Theorems hat eine Änderung der Verschuldung einer Firma keinen Einfluss auf den Wert einer anderen Firma.

2 Das Modigliani-Miller-Theorem gilt bei Vorliegen von Unsicherheit ebenso wie bei Sicherheit.

3 Bonds unterschiedlicher Firmen sind im Modell perfekte Substitute füreinander.

4 Bei gleichem Portfolio steigt gemäß den Budgetbeschränkungen c_0^i, wenn sich eine Firma j höher verschuldet, an der i einen positiven Anteil θ^{ij} hält.

5 Die Konsumenten können ihren Konsumvektor aus einem ESME bei unveränderten Asset-Preisen mit einem geeigneten Portfolio auch in einem ESDE erreichen.

6 Die Neutralisierungsstrategie im Beweis des Modigliani-Miller-Theorems ist mit Nutzenmaximierung kompatibel.

R1 *Allais-Paradoxon*

Betrachten Sie die folgenden Lotterien (Zahlungen in der ersten Zeile, Eintrittswahrscheinlichkeiten darunter):

2 Mio. Euro	1 Mio. Euro	0 Euro
0%	100%	0%
8%	91%	1%

2 Mio. Euro	1 Mio. Euro	0 Euro
0%	9%	91%
8%	0%	92%

(a) Welche Überlegung spricht in der linken Tabelle im Vergleich der beiden Lotterien für die obere?

(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass für einen Entscheider mit Nutzenfunktion u in der linken Tabelle die obere Lotterie den höheren Erwartungsnutzen liefert?

(c) Welche Überlegung spricht in der rechten Tabelle im Vergleich der beiden Lotterien für die untere?

(d) Wie lautet die Bedingung dafür, dass für einen Entscheider mit Nutzenfunktion u in der rechten Tabelle die untere Lotterie den höheren Erwartungsnutzen liefert?

(e) Formen Sie die Ungleichungen aus (b) und (d) so um, dass jeweils nur $1\% \cdot u(0\,\text{Euro})$ auf der einen Seite der Ungleichung steht.

(f) Gibt es eine Nutzenfunktion u, sodass Erwartungsnutzenmaximierung zum Entscheidungsverhalten gemäß (b) und (d) führt? Warum?

(g) Beschreiben Sie: Welche Gemeinsamkeit hat jeweils der Wechsel von der oberen zur unteren Lotterie hinsichtlich der Änderungen der Wahrscheinlichkeiten für die drei Auszahlungen in den beiden Tabellen?

(h) Erklären Sie, warum das Entscheidungsverhalten gemäß (b) und (d) das Unabhängigkeitsaxiom verletzt.

R2 *Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie mit Unsicherheit*

(a) Im Beweis von „1st Welfare Theorem with CCMs“ wird von $\mathbf{qc^{i'}} \geq \mathbf{qc}^i$ für alle i Gebrauch gemacht. Beweisen Sie das mit einem Widerspruchsbeweis.

(b) Weiter wird im Beweis von „1st Welfare Theorem with CCMs“ von $\mathbf{qc^{i'}} > \mathbf{qc}^i$ für mindestens ein i Gebrauch gemacht. Beweisen Sie das mit einem Widerspruchsbeweis.

(c) Warum ist die Aussage aus (b) wichtig für den Beweis?

(d) Was ist der Zusammenhang zwischen dem „1st Welfare Theorem with CCMs“ und dem üblichen ersten Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie ohne Unsicherheit?

(e) Definieren Sie B^i und $B^{i\prime}$ im Beweis des Theorems „ECCM and EFM“.

(f) Erklären Sie, was die beiden Zusammenhänge in $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime} \subseteq B^i$ bedeuten und welche Rolle sie im Beweis des Theorems „ECCM and EFM“ spielen.

(g) Warum beweist das Theorem „ECCM and EFM“ nicht die Aussage: „Let $((\mathbf{c}^i)_{i=1}^I, \mathbf{q})$ be an EFM. Then $(\mathbf{c}^i)_{i=1}^I$ is Pareto-optimal.“?

R3 *Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen*

Sei $S = 3$. Betrachten Sie ein Asset 1 mit Payoff-Vektor $(10, 30, 50)$.

(a) Wie lauten die Payoff-Vektoren für Call-Optionen auf das Asset mit strike prices 10 bzw. 30?

(b) Wählen Sie die beiden Optionen aus (a) als Assets 2 und 3. Wie hoch ist der Payoff des Portfolios (z_1, z_2, z_3)?

(c) Berechnen Sie das Portfolio, mit dem der Payoff-Vektor $(1, 0, 0)$ generiert wird.

(d) Berechnen Sie die Portfolios, mit denen die Payoff-Vektoren $(0, 1, 0)$ bzw. $(0, 0, 1)$ generiert werden.

(e) Wie teuer ist bei Arbitragefreiheit ein sicheres Asset, das in jedem Zustand einen Euro auszahlt, wenn die Assets $p_1 = 30$, $p_2 = 20$ und $p_3 = 2$ kosten?

(f) Definieren Sie in Worten (ohne Formeln), unter welchen Bedingungen ein Portfolio eine Arbitragemöglichkeit darstellt.

R4 *Gesetz iterierter Erwartungen*

Es gebe $S = 5$ Umweltzustände und drei Zeitpunkte $t = 1, 2, 3$. Die Umweltzustände treten mit Wahrscheinlichkeiten von $\pi_1 = 10\%$, $\pi_2 = 10\%$, $\pi_3 = 20\%$, $\pi_4 = 30\%$ bzw. $\pi_5 = 30\%$ ein. Eine Zufallsvariable x nimmt die Werte $x_1 = 50$, $x_2 = 20$, $x_3 = 30$, $x_4 = 40$ bzw. $x_5 = 50$ an. In $t = 1$ sind alle Zustände in der Informationsmenge $\sigma = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$. In $t = 2$ gibt es drei Informationsmengen: $\sigma_1' = \{1,\ 2\}$ und $\sigma_2' = \{3,\ 4\}$ und $\sigma_3' = \{5\}$. In $t = 3$ hat sich die Unsicherheit aufgelöst.

(a) Stellen Sie die Angaben des oben beschriebenen Beispiels grafisch dar.

(b) Wie hoch ist $E(x|\,\sigma)$?

(c) Wie hoch ist $E(x|\,\sigma_j')$ für die drei Infomationsmengen in $t = 2$?

(d) Berechnen Sie $E[E(x|\,\sigma')|\,\sigma]$.

(e) Bei welchem Rechenschritt in der Herleitung des fundamentalen Werts eines Assets wird das Gesetz iterierter Erwartungen verwendet?

(f) Erläutern Sie, wo in der Herleitung Erwartungen über zukünftige Erwartungen gebildet werden.

(g) Interpretieren wir x_t im Gesetz iterierter Erwartungen $E_t(x_T) = E_t[E_{t+1}(x_T)]$ als Konsum. Gilt das Gesetz (d.h. $E_t[u(x_T)] = E_t\{E_{t+1}[u(x_T)]\}$) dann auch für den Erwartungsnutzen eines risikoaversen Individuums? Warum?

R5 *Mehr-Perioden-Modell und Fundamentalwert*

Betrachten Sie ein No-trade equilibrium (NTE) des Mehr-Perioden-Modells mit Zeitpunkten $t = 0, \ldots, T$. Die Individuen sind risikoneutral, und der subjektive Diskontfaktor ist $\beta = 1$. Es gibt nur ein Asset, und das zahlt nur in T aus: $a_0 = a_1 = \cdots = a_{T-1} = 0$, $a_T > 0$. Der Asset-Preis in t ist p_t. (Der Index k fällt weg, weil es nur ein Asset gibt.)

(a) Wie lautet der Zusammenhang zwischen p_t und p_{t+1} in $t = 0, \ldots, T-2$ und in $t = T-1$?

(b) Erklären Sie anhand der Budgetrestriktion, warum ein Individuum einen Nutzengewinn $dU_t > 0$ erreichen kann, wenn der Preis in einem Zeitpunkt t niedriger ist als gemäß den Formeln in (a).

(c) Definieren Sie allgemein den Begriff „Random walk". Erläutern Sie die Random-walk-Eigenschaft des Asset-Preises p_t aus (a).

(d) Wie lautet die Formel für den Fundamentalwert, die p_t in Abhängigkeit von a_T angibt?

(e) Beweisen Sie die Gültigkeit der Formel in (d) für $t = T-1$, $t = T-2$ und $t = T-3$. Erklären Sie in Worten, wie man an diesen Ergebnissen die Gültigkeit für alle t erkennt.

(f) Aus welchen Gründen kann sich gemäß der Formel in (d) der Asset-Preis zwischen dem aktuellen und dem Folgezeitpunkt ändern?

(g) Erklären Sie: Kann es hier andere Gleichgewichtskurse geben als den Fundamentalwert aus (d)?