Master-Prüfung

„Kapitalmarkttheorie 2“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

WS 2016/17

6.3.2017

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben A1-A5 und zwei der drei Aufgaben B1-B3!

- Die Bearbeitungsdauer beträgt **90 Minuten**.
- In den Aufgaben **A1-A5** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar.
- Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).
- Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **15 Punkte** erreichbar.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 14.

A1: Edgeworth-Box Betrachten Sie eine Zwei-Perioden-Ökonomie mit zwei möglichen Umweltzuständen in $t+1$ sowie ohne Konsum und Ausstattungen in t. Die eine Hälfte der Konsumenten hat Ausstattungen $(y^1_{t+1,1}, y^1_{t+1,2}) = (10; 90)$, die andere Hälfte $(y^2_{t+1,1}, y^2_{t+1,2}) = (90; 10)$. Beide haben die gleiche Nutzenfunktion. (Hinweis: Beschriften Sie Ihre Grafiken vollständig und begründen Sie kurz Ihre Antworten.)

(a) Was wird mit dem Edgeworth-Box-Konzept analysiert? Zeichnen Sie den Ausstattungspunkt der betrachteten Ökonomie in der Edgeworth-Box.

(b) Illustrieren Sie mit Indifferenzkurven, dass der Ausstattungspunkt keine Pareto-optimale Allokation darstellt. Skizzieren Sie die Kontraktkurve und argumentieren Sie, aus welcher Bedingung die Kontraktkurve ermittelt wird und was sie darstellt?

(c) Welches Marktgleichgewicht ergibt sich, wenn Handel nur auf Spot-Märkten möglich ist?

(d) Illustrieren Sie in der Edgeworth-Box den Gleichgewichtspunkt, der sich ausgehend von der Anfangsausstattung ergibt, wenn auf Terminmärkten gehandelt wird. Zeichnen Sie auch die Budgetgerade ein, und illustrieren Sie, dass das Gleichgewicht Pareto-optimal ist.

(e) Seien beide Umweltzustände gleich wahrscheinlich. Vergleichen Sie die Erwartungsnutzen nur mit Spotmärkten und mit Terminmärkten, wenn beide Individuen die Nutzenfunktion $u(c) = c^{\frac{1}{3}}/3$ haben.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Allais-Paradoxon Betrachten Sie die folgenden Lotterien (Zahlungen in der ersten Zeile, Eintrittswahrscheinlichkeiten darunter):

100 Euro	10 Euro	0 Euro
5%	90%	5%
0%	100%	0%

100 Euro	10 Euro	0 Euro
5%	10%	85%
0%	20%	80%

(a) Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Entscheider mit Nutzenfunktion u gemäß Erwartungsnutzen in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht?

(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass er in der rechten Tabelle die untere Lotterie vorzieht?

(c) Formen Sie die Ungleichungen aus den Aufgabenteilen (a) und (b) so um, dass jeweils nur $10\% \cdot u(10\,\text{Euro})$ auf der einen Seite der Ungleichung steht.

(d) Warum ist es „paradox“, wenn ein Entscheider in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht und in der rechten Tabelle die untere? Welches der vier Axiome der Erwartungsnutzentheorie ist in diesem Beispiel verletzt?

(e) Welche der Lotterien in der linken Tabelle würde ein rationaler risikoneutraler Entscheider wählen? Welche Lotterie in der rechten Tabelle? Nennen Sie zwei Beispiele aus Ihrem Alltag, welche die Entscheidung unter Unsicherheit darstellen.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: ECCM und Preisnormierung

(a) Wie lautet die Budgetbeschränkung für Konsument i in der CCM-Ökonomie mit S (≥ 2) Umweltzuständen?

(b) Definieren Sie ein ECCM.

(c) Formulieren Sie das Theorem, das besagt, dass ein CCM-Preis beliebig gewählt werden kann („irrelevance of price normalization“).

(d) Beweisen Sie das Theorem aus Aufgabenteil (c).

(e) Begründen Sie, warum die Budgetbeschränkung jedes Konsumenten i im ECCM als Gleichheit gilt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Komplettierung des Finanzmarktes mit Optionen

Betrachten Sie jetzt einen Finanzmarkt mit drei Umweltzuständen und einem Asset mit Payoff-Vektor $(10, 20, 35)$.

(a) Was sind die maximalen Ausübungspreise („strike prices") von Call-Optionen, die in Zustand 1 bzw. in Zustand 2 ausgeübt werden? Wie lautet mit diesen Ausübungspreisen die Payoff-Matrix $\mathbf{A}$?

(b) Wie lautet das lineare Gleichungssystem, welches das Portfolio (z_1, z_2, z_3) bestimmt, mit dem die AS für Zustand $s = 3$ nachgebildet werden kann? Lösen Sie die Gleichungen nach z_1, z_2 und z_3.

(c) Mit welchem Portfolio kann man sich eine sichere Auszahlung von 1 sichern?

(d) Angenommen, das originäre Wertpapier kostet 15 Euro. Call 1 (die Option mit dem niedrigeren Ausübungspreis) und Call 2 kosten 10 bzw. 5 Euro. Bestimmen Sie den Preis der AS für Zustand 3.

(e) Bestimmen Sie den Preis der sicheren Auszahlung von 1. Was versteht man allgemein unter Finanzmarktvollständigkeit?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5:Random Walk und die fundamentalen Asset-pricing-Gleichungen Betrachten Sie einen Random walk $p_{t+1} = p_t + \xi_{t+1}$. ξ_t ist i.i.d. verteilt mit $E_t(\xi_{t+1}) = 0$.

(a) Zeigen Sie, dass $p_t = p_0 + \sum_{\tau=1}^{t} \xi_\tau$ gilt.

(b) Bestimmen Sie $E_0(p_t)$ für alle t.

(c) Definieren Sie und bestimmen Sie die Varianz von p_t aus Sicht von Zeitpunkt 0 für alle t. Was bedeuten dies in Zusammenhang mit Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (b) für Preisvorhersagen?

(d) Unter welchen drei Annahmen folgt der Preis eines Assets einem Random walk?

(e) Leiten Sie die Random-walk-Eigenschaft mit den drei Annahmen aus Aufgabenteil (d) aus der fundamentalen Asset-pricing-Gleichung her.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Zustände-Ökonomie mit Finanzmärkten

Betrachten Sie die Ökonomie mit zwei Umweltzuständen sowie einem riskanten Asset mit Payoffs $(1,0)$ und einem sicheren Asset mit Payoffs $(1,1)$.

(a) Wie lautet das Portfolio mit Payoff-Vektor $(0,1)$? Was kostet dieses Portfolio?

(b) Wie lauten die drei Budgetrestriktionen für Individuum i?

(c) Definieren Sie ein Gleichgewicht mit Finanzmärkten (EFM).

(d) Formulieren Sie das Theorem, das den Zusammenhang zwischen einem EFM und einem Gleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten (ECCM) $((\mathbf{c}^{i*})_{i=1}^{I}, \mathbf{q})$ mit $q_t = 1$ herstellt.

(e) Definieren Sie die Mengen B^i und $B^{i\prime}$, und erläutern Sie, was

$$\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime} \subseteq B^i$$

bedeutet.

(f) Beweisen Sie die Gültigkeit Formel aus Aufgabenteil (e).

(g) Komplettieren Sie den Beweis des Theorems aus Aufgabenteil (d), indem Sie Markträumung beweisen.

Aufgabe B2: Stock market economy (SME)

(a) Wie lauten die Budgetrestriktionen in der SME?

(b) Definieren Sie ein Gleichgewicht für die SME (ein ESME).

(c) Formulieren Sie das Theorem, das den Zusammenhang zwischen einem ESME und einem Gleichgewicht für die Tauschökonomie mit Arrow securities (ECAS) und Anfangsausstattungen

$$y_{t+1,s}^{i} = \sum_{j=1}^{J} \bar{\theta}^{ij} \tilde{y}_{t+1,s}^{j}, \quad s = 1, \ldots, S, \ i = 1, \ldots, I,$$

herstellt.

(d) Definieren Sie die Mengen $B^{i\prime}$ und $B^{i\prime\prime\prime}$, und erläutern Sie, was

$$\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime\prime\prime} \subseteq B^{i\prime}$$

bedeutet.

(e) Beweisen Sie die Gültigkeit Formel aus Aufgabenteil (d). Benutzen Sie im zweiten Teil das Portfolio $\tilde{\mathbf{z}}^{i\prime}$ mit

$$\tilde{z}_s^{i\prime} = \tilde{z}_s^i + \sum_{j=1}^{J} (\theta^{ij} - \bar{\theta}^{ij}) \tilde{y}_{t+1,s}^{j}, \quad s = 1, \ldots, S.$$

(f) Komplettieren Sie den Beweis des Theorems aus Aufgabenteil (c), indem Sie Markträumung beweisen.

(g) Argumentieren Sie (ohne Rechnungen) anhand der Formel

$$d\tilde{z}_s^i = -\sum_{j=1}^{J} \tilde{y}_{t+1,s}^{j} d\theta^{ij},$$

dass es auch ESMEs mit Aktienhandel gibt.

Aufgabe B3: CAPM

(a) Was wird im CAPM über die Nutzenfunktion der Individuen angenommen? Welche Annahme sichert, dass die Grenznutzen positiv sind?

(b) Definieren Sie die Rendite $r^j_{t+1,s}$ von Aktie und j und die Marktrendite $r^M_{t+1,s}$. Formulieren Sie damit die CAPM-Gleichung.

(c) Unter den gemachten Annahmen gilt in einem ESME

$$\tilde{p}_s = \pi_s(a - by_{t+1,s})$$

mit Konstanten a und b. Betrachten Sie einen riskanten Payoff $\alpha_{t+1,s}$. Definieren Sie den Wert v^α_t dieses Payoffs aus Sicht von t und die Rendite $r^\alpha_{t+1,s}$.

(d) Beweisen Sie mit Hilfe der Formel für $\tilde{p}_s$:

$$1 = \left(1 + Er^\alpha_{t+1}\right)\left[a - bv^M_t\left(1 + Er^M_{t+1}\right)\right] - bv^M_t\sigma^{\alpha M}.$$

(e) Leiten Sie die CAPM-Formel aus Aufgabenteil (b) her, indem Sie die Formel aus Aufgabenteil (d) auf ein sicheres Asset, auf eine Aktie j und auf den Markt anwenden.

(f) Erläutern Sie, warum Assets mit hohem β^j eine hohe erwartete Rendite haben.