Master-Kursprüfung

„Kapitalmarkttheorie 2“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

WS 2013/14

3.3.2014

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:

Name:

Vorname:

Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie <u>vier der fünf</u> Aufgaben A1-A5 <u>und zwei der drei</u> Aufgaben B1-B3!

- Die Bearbeitungsdauer beträgt **90 Minuten**.
- In den Aufgaben **A1-A5** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar.
- Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).
- Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **15 Punkte** erreichbar.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 14.

A1: Edgeworth-Box Betrachten Sie eine Zwei-Perioden-Ökonomie mit zwei möglichen Umweltzuständen in $t+1$ sowie ohne Konsum und Ausstattungen in t. Die eine Hälfte der Konsumenten hat Ausstattungen $(y^1_{t+1,1}, y^1_{t+1,2}) = (1; 9)$, die andere Hälfte $(y^2_{t+1,1}, y^2_{t+1,2}) = (9; 1)$. Beide haben die gleiche Nutzenfunktion.

(a) Zeichnen Sie den Ausstattungpunkt in eine Edgeworth-Box.

(b) Illustrieren Sie mit Indifferenzkurven, dass der Ausstattungspunkt keine Pareto-optimale Allokation ist.

(c) Welches Marktgleichgewicht ergibt sich, wenn Handel nur auf Spot-Märkten möglich ist? Liegt Pareto-Optimalität vor? Woran erkennt man das?

(d) Illustrieren Sie in der Edgeworth-Box den Gleichgewichtspunkt mit kontingenten Gütermärkten (ECCM), der sich ausgehend von den Anfangsausstattungen aus der Aufgabenstellung ergibt.

(e) Zeichnen Sie auch die Preisgerade ein, und illustrieren Sie, dass das Gleichgewicht Pareto-optimal ist.

(a), (b), (d), (e)

(c)

A2: Allais-Paradoxon Betrachten Sie die folgenden Lotterien (Zahlungen in der ersten Zeile, Eintrittswahrscheinlichkeiten darunter):

10 Mio.	1 Mio.	0
0%	100%	0%
10%	85%	5%

10 Mio.	1 Mio.	0
0%	15%	85%
10%	0%	90%

(a) Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Entscheider mit Nutzenfunktion u gemäß Erwartungsnutzen in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht?

(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass er in der rechten Tabelle die untere Lotterie vorzieht?

(c) Formen Sie die Ungleichungen aus den Aufgabenteilen (a) und (b) so um, dass jeweils nur $15\% \cdot u(1\,\text{Mio.})$ auf der einen Seite der Ungleichung steht.

(d) Warum ist es „paradox", wenn ein Entscheider in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht und in der rechten Tabelle die untere?

(e) Welche der Lotterien in der linken Tabelle würde ein risikoneutraler Entscheider wählen? Welche Lotterie in der rechten Tabelle?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: ECCM und Preisnormierung

(a) Wie lautet die Budgetbeschränkung für Konsument i in der CCM-Ökonomie mit S (≥ 2) Umweltzuständen?

(b) Definieren Sie ein ECCM.

(c) Formulieren Sie das Theorem, das besagt, dass ein CCM-Preis beliebig gewählt werden kann („irrelevance of price normalization").

(d) Beweisen Sie das Theorem.

(e) Begründen Sie, warum die Budgetbeschränkung jedes Konsumenten i im ECCM als Gleichheit gilt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Finanzmarktvollständigkeit

Betrachten Sie einen Finanzmarkt mit drei Umweltzuständen und drei Assets mit Payoff-Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Wie lautet die Payoff-Matrix $\mathbf{A}$?

(b) Stellen Sie die Gleichungen auf, die das Portfolio bestimmen, mit dem vorgegebene Payoffs x_s in den drei Umweltzuständen $s = 1, 2, 3$ erwirtschaftet werden.

(c) Lösen Sie die Gleichungen aus Aufgabenteil (b) nach z_1, z_2 und z_3 (in Abhängigkeit von x_1, x_2 und x_3) auf.

(d) Begründen Sie, ob dieser Finanzmarkt vollständig („complete“) ist oder nicht.

(e) Wenn das zweite Asset eine Call-Option auf das erste ist – wie hoch ist dann der „strike price“?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Modigliani-Miller-Theorem

Unten stehen die Definition eines ESDE und das Modigliani-Miller-Theorem. In den Formulierungen sind insgesamt fünf Fehler. Markieren und korrigieren Sie die Fehler.

Definition: *An allocation* $(\mathbf{y}^i)_{i=1}^I$*, AS holdings* $(\tilde{\mathbf{z}}^i)_{i=1}^I$*, shareholdings* $(\boldsymbol{\theta}^i)_{i=1}^I$*, debt holdings* $(b^i)_{i=1}^I$*, a vector of AS prices* $\tilde{\mathbf{p}}$*, a vector of firm values* $\mathbf{v}$*, and a price of debt* p_b *are an* **equilibrium of the stock and debt economy (ESDE)** *if*

- $(\mathbf{c}^i, \tilde{\mathbf{z}}^i, \boldsymbol{\theta}^i, b^i)$ *maximizes* U^i *subject to the individual's budget constraints for all consumers* i *and*
- *markets clear:*

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{c}^i = \mathbf{y}$$

$$\sum_{i=1}^I \tilde{\mathbf{z}}^i = \sum_{i=1}^I \mathbf{c}^i$$

$$\sum_{i=1}^I \boldsymbol{\theta}^i = \mathbf{0}$$

$$\sum_{i=1}^I b^i = \sum_{j=1}^J b^j.$$

Theorem (Modigliani-Miller Theorem): *Let* $((\mathbf{c}^{i*}, \tilde{\mathbf{z}}^i, \bar{\boldsymbol{\theta}}^i)_{i=1}^I, (\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{v}))$ *be an ESME. Let*

$$p_b = \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^J \tilde{p}_s y_{t+1,s}^j$$

and

$$b_t^{i*} = \sum_{j=1}^J \theta^{ij} b_t^j, \quad i = 1, \ldots, I.$$

Then $((\mathbf{c}^{i*}, \tilde{\mathbf{z}}^i, \bar{\boldsymbol{\theta}}^i, b_t^{i*})_{i=1}^I, (\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{v}))$ *is an ESDE.*

Aufgabe B1: Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie in der CCM-Ökonomie

Betrachten Sie die Ökonomie mit S (≥ 2) Umweltzuständen und kontingenten Gütermärkten.

(a) Erklären Sie, was ein „kontingenter Gütermarkt“ ist.

(b) Definieren Sie machbare („feasible“) Allokationen $(\mathbf{c}^i)_{i=1}^I$. Definieren Sie Pareto-Optimalität.

(c) Wie lautet i's Budgetbeschränkung? Definieren Sie ein Gleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten (ECCM).

(d) Formulieren Sie den ersten Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie für die CCM-Ökonomie. Beweisen Sie ihn. Nehmen Sie dazu an, dass es eine Pareto-superiore machbare Allokation gibt; zeigen Sie, dass diese Allokation zu Gleichgewichtspreisen teurer ist; und führen Sie das zu einem Widerspruch.

Aufgabe B2: ECAS

(a) Wie lauten die Budgetrestriktionen für die Tauschökonomie mit einer vollständigen Menge von ASs?

(b) Definieren Sie ein Gleichgewicht für diese Ökonomie (ECAS).

(c) Formulieren Sie das Theorem, das ein ECAS auf ein Gleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten (ECCM) für diese Ökonomie zurückführt. (Wie hoch sind die Preise für die ASs? Wie viel kaufen die einzelnen Individuen von den einzelnen ASs?)

(d) Definieren Sie, um das Theorem zu beweisen, die Mengen B^i und $B^{i\prime}$, und erläutern Sie die Beweisidee.

(e) Führen Sie den Beweis, indem Sie zeigen,

dass die Gültigkeit der Budgerestriktionen im ECCM $\mathbf{q}(\mathbf{c}^{i*} - \mathbf{y}^i) = 0$ impliziert, dass $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime}$ gilt, und

dass für jedes $\mathbf{c}^i \in B^{i\prime}$ gilt, dass die ECCM-Budgetrestriktion von i erfüllt ist.

(f) Argumentieren Sie, dass die Güter- und Finanzmärkte geräumt sind.

Aufgabe B3: Anwendungen der fundamentalen Asset-pricing-Gleichungen

(a) Wie lautet Konsument i's Grenzrate der Substitution zwischen Konsum in Zustand s in $t+1$ und Konsum in Zustand t? Definieren Sie den stochastischen Diskontfaktor (SDF) $M_{t,t+1,s}$. Warum gibt es einen (für alle i) einheitlichen SDF?

(b) Wie lauten (ohne Herleitung) die fundamentalen Asset-pricing-Gleichungen für ein riskantes und ein sicheres Asset?

(c) Wie lautet die Kovarianz $\sigma_{M,p+a}$ zwischen dem SDF und dem Payoff des riskanten Assets $p_{t+1} + a_{t+1}$? Leiten Sie aus der fundamentalen Asset-pricing-Gleichung für ein riskantes Asset her, wie der Asset-Preis p_t von $E_t(p_{t+1} + a_{t+1})$, dem sicheren Zins r_{t+1} und $\sigma_{M,p+a}$ abhängt.

(d) Definieren Sie die Rendite („rate of return“) R_{t+1} des riskanten Assets? Bestimmen Sie seine Risikoprämie $E_t(R_{t+1}) - r_{t+1}$. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis mit einem Satz.

(e) Defineren Sie das β des Assets. Drücken Sie die Risikoprämie aus Aufgabenteil (d) alternativ anhand des β's des Assets aus.