**Master-Kursprüfung**

# „Kapitalmarkttheorie 2"

**Schwerpunktmodul „Finanzmärke"**

**6 Kreditpunkte**

**Bearbeitungsdauer: 90 Minuten**

**WS 2010/11**

**7.3.2011**

**Prof. Dr. Lutz Arnold**

| *Bitte gut leserlich ausfüllen:* |
|---|
| **Name:** |
| **Vorname:** |
| **Matr.-nr.:** |

*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*

| A | B1 | B2 | B3 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

## Bearbeiten Sie <u>vier der fünf</u> Aufgaben A1-A5 <u>und zwei der drei</u> Aufgaben B1-B3!

- Die Bearbeitungsdauer beträgt **90 Minuten**.
- In den Aufgaben **A1-A5** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar.
- Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).
- Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **15 Punkte** erreichbar.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 14.

**A1: Edgeworth-Box** Betrachten Sie eine Zwei-Perioden-Ökonomie mit zwei möglichen Umweltzuständen in $t+1$ sowie ohne Konsum und Ausstattungen in $t$. Die eine Hälfte der Konsumenten hat Ausstattungen $(y^1_{t+1,1}, y^1_{t+1,2}) = (0{,}9;\, 0{,}1)$, die andere Hälfte $(y^2_{t+1,1}, y^2_{t+1,2}) = (0{,}1;\, 0{,}9)$. Beide haben die gleiche Nutzenfunktion.

(a) Zeichnen Sie den Ausstattungpunkt in eine Edgeworth-Box.

(b) Illustrieren Sie mit Indifferenzkurven, dass der Ausstattungspunkt keine Pareto-optimale Allokation ist.

(c) Welches Marktgleichgewicht ergibt sich, wenn Handel nur auf Spot-Märkten möglich ist? Liegt Pareto-Optimalität vor? Woran erkennt man das?

(d) Welche Art von Gütermärkten braucht man für Pareto-Optimalität? Was wird auf diesen Märkten gehandelt?

(e) Illustrieren Sie in der Edgeworth-Box das Marktgleichgewicht mit den Märkten aus Aufgabenteil (d), das sich ausgehend von den Anfangsausstattungen aus der Aufgabenstellung ergibt. Zeichnen Sie auch die Preisgerade ein, und illustrieren Sie, dass das Gleichgewicht Pareto-optimal ist.

(a), (b), (e)

(c)

(d)

**A2: Allais-Paradoxon** Betrachten Sie die folgenden Lotterien (Zahlungen in der ersten Zeile, Eintrittswahrscheinlichkeiten darunter):

| 1 Mio. | 0,1 Mio. | 0 |
|---|---|---|
| 0% | 100% | 0% |
| 10% | 89% | 1% |

| 1 Mio. | 0,1 Mio. | 0 |
|---|---|---|
| 0% | 11% | 89% |
| 10% | 0% | 90% |

(a) Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Entscheider mit Nutzenfunktion $u$ gemäß Erwartungsnutzen in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht?
(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass er in der rechten Tabelle die untere Lotterie vorzieht?
(c) Formen Sie die Ungleichungen aus den Aufgabenteilen (a) und (b) so um, dass jeweils nur $11\% \cdot u(0{,}1)$ auf der einen Seite der Ungleichung steht.
(d) Warum ist es „paradox“, wenn ein Entscheider in der linken Tabelle die obere Lotterie vorzieht und in der rechten Tabelle die untere?
(e) Welche Rolle spielen Risikoaversion und Risikoneutralität beim Allais-Paradoxon?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Random walk**

(a) Geben Sie (ohne Herleitung) die fundamentale Asset-pricing-Gleichung für ein riskantes Asset an.

(b) Wie lautet bei Risikoneutralität die Grenznutzenfunktion $(u^i)'(c^i)$? Wie lautet, wenn zusätzlich $\beta^i = 1$ und $x_{t+1} = 0$ gilt, die Gleichung aus Aufgabenteil (a)?

(c) Berechnen Sie rekursiv $p_1$, $p_2$, $p_3$. Welcher allgemeine Zusammenhang zwischen $p_t$ einerseits sowie $p_0$ und den Schocks $\varepsilon_\tau$ wird hieraus ersichtlich?

(d) Berechnen Sie $E_0(p_t)$.

(e) Berechnen Sie die Varianz von $p_t$ aus Sicht von Periode 0 (wenn die Schocks $\varepsilon_\tau$ i.i.d. sind).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen** Betrachten Sie ein Asset mit Payoffs (10, 20, 30).

(a) Wie lauten die Payoff-Vektoren von Call-Optionen auf dieses Asset mit Ausübungspreisen (strike prices) 10 bzw. 20?

(b) Wie lautet das lineare Gleichungssystem, das das Portfolio ($z_1$, $z_2$, $z_3$) bestimmt, mit dem die AS für Zustand 3 nachgebildet werden kann? Wie lautet dieses Portfolio?

(c) Wie lautet das Portfolio zur Nachbildung der AS für Umweltzustand 2?

(d) Wie lautet das Portfolio zur Nachbildung der AS für Umweltzustand 1?

(e) Wie lautet das Portfolio, das einen Euro in allen Umweltzuständen auszahlt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A5: CAPM** Bei quadratischer Nutzenfunktion und identschen subjektiven Diskontfaktoren lassen sich die Preise von ASs als $\tilde{p}_{t,s} = \pi_s(a - by_{t+1}, s)$ schreiben.

(a) Leiten Sie den Firmenwert $v_t^j$ als Funktion von $E\tilde{y}_{t+1}^j$ und $E(\tilde{y}_{t+1}^j y_{t+1})$ her.

(b) Formen Sie Ihre Antwort zu Aufgabenteil (a) in eine Gleichung in $Er_{t+1}^j$, $Er_{t+1}^M$, $v_t^M$ und $\sigma^{jM}$ um.

(c) Wie lautet die zu Aufgabenteil (b) analoge Gleichung für den Zusammenhang zwischen $Er_{t+1}^M$, $v_t^M$, und $\sigma^{M2}$, der sich aus der Bewertung des gesamten Marktes ergibt (keine Herleitung notwendig)?

(d) Wie lautet die Beziehung zwischen $1/(1+r)$, $Er_{t+1}^M$ und $v_t^M$ (keine Herleitung notwendig)?

(e) Leiten Sie aus Ihren Antworten zu den Aufgabenteilen (b)-(d) die CAPM-Formel her.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe B1: Stochastischer Diskontfaktor**

Konsument $i$ löst

$$\max_{c_t^i,\omega_t^i} : u^i(c_t^i) + \beta^i E_t\Bigg( u^i\Bigg\{ y_{t+1}^i + (y_t^i - c_t^i)\left[\omega_t^i \frac{p_{t+1}+x_{t+1}}{p_t} + (1-\omega_t^i)(1+r_{t+1})\right]\Bigg\}\Bigg).$$

(a) Stellen Sie die beiden notwendigen Optimalitätsbedingungen auf.

(b) Formen Sie die Bedingungen aus Aufgabenteil (a) in Gleichungen für $p_t$ und $1/(1+r_t)$ um.

(c) Definieren Sie den SDF $M_{t,t+1,s}$ und setzen Sie ihn in die Gleichungen aus Aufgabenteil (b) ein.

(d) Argumentieren Sie, dass der SDF für alle Individuen $i$ gleich ist.

(e) Formen Sie die Asset-pricing-Gleichung für ein riskantes Asset so um, dass $p_t$ von $r_{t+1}$, $E_t(p_{t+1} + x_{t+1})$ und $\sigma_{M,p+x}$ abhängt.

**Aufgabe B2: Gleichgewicht mit vollständiger Menge von ASs**

(a) Wie lauten die Budgetrestriktionen in der Ökonomie mit einer vollständigen Menge von ASs?

(b) Definieren Sie ein Gleichgewicht für die Ökonomie mit einer vollständigen Menge von ASs (ECAS).

(c) Formulieren Sie das Theorem, das die „Äquivalenz“ zwischen einem ECCM $((\mathbf{c}^{i*})_{i=1}^I, \mathbf{q})$ und einem ECAS herstellt. (Hinweis: Berücksichtigen Sie insbesondere die Bedingung $\tilde{z}_s^i = c_{t+1,s}^{i*} - y_{t+1,s}^i$.)

(d) Definieren Sie $B^i$ und $B^{i\prime}$. Erklären Sie kurz, warum $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime} \subset B^i$ impliziert, dass Konsument $i$ bei den ECAS-Preisen $\mathbf{c}^{i*}$ wählt.

(e) Beweisen Sie: $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime}$.

(f) Beweisen Sie: $B^{i\prime} \subset B^i$.

(g) Beweisen Sie Gütermarkträumung und Räumung der AS-Märkte (was den Beweis des Theorems auf Aufgabenteil (c) komplettiert).

**Aufgabe B3: Modigliani-Miller-Theorem**

In der SME-Ökonomie mit Schulden lauten die Busgetrestriktionen:

$$c_t^i - y_t^i \leq -\sum_{s=1}^S \tilde{p}_{t,s}\tilde{z}_s^i - \sum_{j=1}^J (\theta^{ij} - \bar{\theta}^{ij})v_t^j - p_b b_t^i + \sum_{j=1}^J \theta^{ij} p_b b_t^j$$

$$c_{t+1,s}^i \leq \tilde{z}_s^i + \sum_{j=1}^J \theta^{ij}(\tilde{y}_{t+1,s}^j - b_t^j) + b_t^i.$$

(a) Definieren Sie ein Gleichgewicht für diese Ökonomie (ESDE).

(b) Sei $((\mathbf{c}^{i*}, \tilde{\mathbf{z}}^i, \bar{\boldsymbol{\theta}}^i)_{i=1}^I, (\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{v}))$ ein ESME. Formulieren Sie das Modigliani-Miller-Theorem.

(c) Die Budgetgleichungen aus der SME ohne Schulden gelten mit Gleichheit:

$$c_t^{i*} - y_t^i = -\sum_{s=1}^S \tilde{p}_{t,s}\tilde{z}_s^i - \sum_{j=1}^J (\theta^{ij} - \bar{\theta}^{ij})v_t^j$$

$$c_{t+1,s}^{i*} = \tilde{z}_s^i + \sum_{j=1}^J \theta^{ij}\tilde{y}_{t+1,s}^j, \quad s = 1, \ldots, S.$$

Zeigen Sie: $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i''''}$.

(d) Zeigen Sie: $B^{i''''} \subset B^{i'''}$. Nehmen Sie dabei an, dass $i$ in der SME ohne Schulden

$$\tilde{z}_s^{i\prime} = \tilde{z}_s^i + b_t^i - \sum_{j=1}^{J} \theta^{ij} b_t^j$$

ASs kauft.

(e) Beweisen Sie Räumung aller Märkte (was den Beweis des Theorems komplettiert).

Kapitalmarkttheorie 2 WS 2010/11