

Sonderbare Avocado-Vermehrung und kriminelles Frankfurt – Aktuelle statistische Fehler in den Medien unterrichtlich nutzen

KARIN BINDER, STEFAN KRAUSS, REGENSBURG UND WALTER KRÄMER, DORTMUND

Zusammenfassung: *Täglich werden wir mit Daten, Diagrammen und Tabellen überhäuft, wovon manche leider (absichtlich oder unabsichtlich) manipulativen Charakter haben. Dass die meisten Menschen in der heutigen Gesellschaft (noch) nicht in der Lage sind, solche statistischen Fehlgriffe zu erkennen, ist widersinnigerweise für den Stochastikunterricht jedoch ein Glücksfall. Wenn Sensibilität gegenüber statistischen Manipulationen vermittelt werden soll, kann nämlich in aktuellen Zeitungen und Fernsehsendungen aus dem Vollen geschöpft werden. Der vorliegende Beitrag zeigt, welche typischen Manipulationen derzeit gehäuft auftreten und wo jeweils aktuelle Beispiele für den Unterricht gefunden werden können.*

1 Einleitung

Es ist für Schülerinnen und Schüler besonders motivierend, wenn sie entweder mit Daten arbeiten, die sie selbst betreffen (Krüger & Borovcnik, 2017) oder wenn sie mit fehlerhaften medialen Darstellungen konfrontiert werden und als „Fehlerdetektiv“ tätig werden können (Schäfer, 2017).

In den Lehrplänen ist bezüglich der Leitidee L5 „Daten und Zufall“ inzwischen in vielen Bundesländern das Unterrichtsziel verankert, dass Schülerinnen und Schüler in der Lage sein sollen, „manipulative Darstellungen“ oder „mögliche Irreführungen“ in medialen Darstellungen zu erkennen. Auch der Arbeitskreis Stochastik fordert in seiner bildungspolitischen Stellungnahme bereits 2002, dass „statistische Aussagen aus dem Erfahrungsbereich der Schüler regelmäßig im Mathematikunterricht kritisch reflektiert werden“ sollen. Diese Forderung bietet ein breites unterrichtliches Handlungsfeld, da wir in den Medien täglich mit einer Vielzahl an Daten, Tabellen, Diagrammen, Fakten und alternativen Fakten konfrontiert werden und „seit es Daten gibt, gibt es Datenmanipulation“ (Krämer, 2015).

Es gibt auch schon einige konkrete didaktische Vorschläge zum Umgang mit medialen statistischen Darstellungen, beispielsweise in Form von Checklisten, die Schülerinnen und Schülern (aber durchaus auch Erwachsenen) dabei helfen können, statistische Informationen kritisch zu hinterfragen: Wer hat die Studie in Auftrag gegeben bzw. durchgeführt? Wem nutzen die Ergebnisse? Prozent von was? (z. B. in Bauer, Gigerenzer & Krämer, 2014; Krüger, Sill & Sikora, 2015).

2 Fundstellen

Auch eine Vielzahl populärwissenschaftlicher Bücher beschäftigt sich mit der verzerrenden Darstellung von Daten (siehe z. B. Bauer, Gigerenzer & Krämer, 2014; Bosbach & Korff, 2011; Krämer, 2015; Quatember, 2015; Dubben & Beck-Bornholdt, 2006; Christensen & Christensen, 2015). Diese Bücher eignen sich sehr gut, um einen Überblick über die verschiedenen Arten statistischer Manipulationen zu erhalten und zahlreiche passende Beispiele kennenzulernen. Leider haben diese allerdings ein Verfallsdatum und die „aktuellen“ Manipulationen liegen unerfreulicherweise schnell in der Vergangenheit.

Da das Arbeiten mit manipulativen Darstellungen statistischer Informationen in den meisten Lehrplänen verankert ist, finden sich vielfach auch bereits gute Ausgangsbeispiele in Schulbüchern. Bei diesen Beispielen wird jedoch leider oft nicht deutlich, ob diese frei erfunden oder tatsächlich der Realität entnommen sind (außerdem haben sie ebenfalls ein Verfallsdatum).

Nach der Erfahrung der Autoren wirken manipulative Darstellungen deutlich überzeugender für Schülerinnen und Schülern, wenn ihnen von der Lehrkraft der Satz „Ich habe *letzte Woche* etwas im Fernsehen/in der Zeitung gefunden“ vorausgestellt werden kann. Doch wo kann man derartige manipulative Darstellungen im aktuellen Tagesgeschäft jeweils finden?

Eine Möglichkeit sind ständig wiederkehrende Fehler in statistischen Darstellungen in den Medien. Im Jahr 2012 wurde die „Unstatistik des Monats“ (Krämer, Gigerenzer und Bauer, www.rwi-essen.de/unstatistik/) ins Leben gerufen, in der monatlich kurz und knapp und möglichst verständlich eine fehlerhafte Statistik vorgestellt wird, die erst im vergangenen Monat in den Medien zu finden war. Auch in der Kolumne „Achtung Statistik“ von Christensen und Christensen finden sich ganz aktuelle fehlerhafte Statistiken aus den Medien (www.achtung-statistik.de/), die sogar im Wochenrhythmus veröffentlicht werden.

Aber auch ohne Quellen dieser Art – und das ist der Hauptappell dieses Artikels – kann man typische Manipulationen in medialen Darstellungen auch selbst finden – von RTL bis ARD, von der Norderneyer Badeszeitung bis hin zur Frankfurter Allgemeinen Zeitung. Mit etwas Übung kann man die Fallstricke, wie

sie nachfolgend dargestellt werden, tatsächlich etwa einmal pro Woche entdecken.

Neben typischen manipulativen Diagrammen, die oft schon in Schulbüchern zu finden sind (3.1), stellen wir im vorliegenden Beitrag Probleme mit Flächendiagrammen vor (3.2), anschließend die häufig vorkommende Verwechslung von absoluten und relativen Veränderungen von Anteilswerten (3.3), problematische Messdefinitionen (3.4) sowie Rundungs- und Umrechnungsfehler (3.5), wobei 3.2 bis 3.5 unterrichtlich bislang eher wenig Beachtung finden. Anschließend führen wir noch verschiedene konkrete Statistikfehler auf, die im regelmäßigen Turnus in den Medien zu finden sind: Der Equal Pay Day (4.1), die polizeiliche Kriminalitätsstatistik (4.2), die Meldung „Jeder zweite lebt allein“ (4.3), und der „Brustkrebsmonat“ Oktober (4.4). Während es also in Abschnitt 3 um bestimmte Fehlertypen geht, werden in Abschnitt 4 ganz konkrete wiederkehrende Meldungen vorgestellt, nach denen es sich lohnt, Ausschau zu halten.

3 Typische Fehler und Manipulationen in den Medien

Gerade in jüngster Zeit treten in deutschen Zeitungen und Fernsehsendungen einige statistische Fehlertypen vermehrt auf, die im Folgenden in vier Klassen eingeteilt werden sollen. Die ersten beiden Arten betreffen dabei fehlerhafte oder sogar manipulative statistische Diagramme.

3.1 Achsenmanipulationen

Allseits bekannt ist inzwischen die manipulative Wirkung von Diagrammen, bei denen die vertikale Achse nicht in ihrem natürlichen Nullpunkt beginnt (nur dann entsprechen die Säulenhöhen nämlich den tatsächlichen Zahlenverhältnissen, Abb. 1b und 1c), sondern abge-

schnitten wird (Abb. 1a), so dass Zuwächse dramatischer wirken, als sie es in Wirklichkeit sind. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die unterschiedliche psychologische Wirkung der beiden korrekten Darstellungen 1b und 1c: Während 1b „wenige Schülerinnen und Schüler“ suggeriert, suggeriert 1c „viele Schülerinnen und Schüler“, und das, obwohl es sich dabei jedes Mal um dieselben Zahlen handelt, die noch dazu in beiden Fällen völlig korrekt dargestellt werden.

Suchspiel: Wo beginnt die Säule?

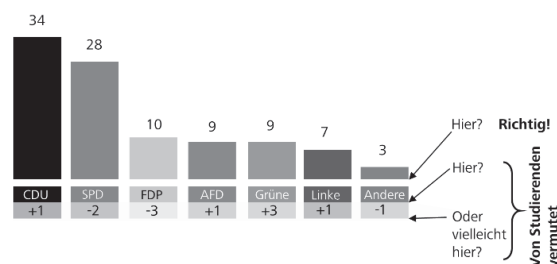


Abb. 2: Die Sockel im Säulendiagramm zur Sonntagsfrage zur kommenden Landtagswahl in Nordrhein-Westfalen im Januar 2018 im WDR); beinahe beliebig nach jeder Wahl in den Medien zu finden.

Aber nicht nur das *Abschneiden*, sondern auch das *Verlängern* der vertikalen Achse bewirkt eine veränderte Wahrnehmung der dargestellten Daten, wie beispielsweise jede Woche im Diagramm zur Sonntagsfrage in Abbildung 2 zu sehen ist (regelmäßig in ähnlicher Form in ARD oder WDR). Das angegebene Diagramm wurde von infratest dimap erstellt und im Januar 2018 im WDR ausgestrahlt (es zeigte die Ergebnisse zur Sonntagsfrage zur bevorstehenden Landtagswahl in Nordrhein-Westfalen). Durch die optische Verlängerung der einzelnen Säulen, die durch die dargestellten Sockel (vermutlich unabsichtlich) entsteht, wirken die Unterschiede zwischen den Parteien nun geringer, als sie tatsächlich sind.

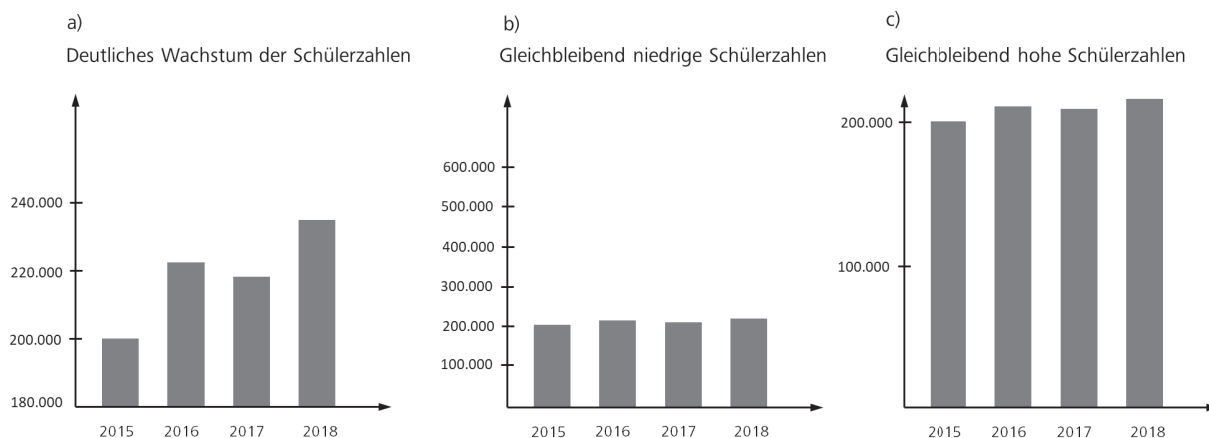


Abb. 1: a) Durch die abgeschnittene vertikale Achse wirkt es so, als ob die Schülerzahlen seit dem Jahr 2015 deutlich ansteigen, b) Die Schülerzahlen wirken gleichbleibend niedrig, c) Die Schülerzahlen wirken gleichbleibend hoch. Es handelt sich hierbei lediglich um ein fiktives Beispiel von Schülerzahlen.

Anzahl der importierten Avocados hat sich vervierfacht!

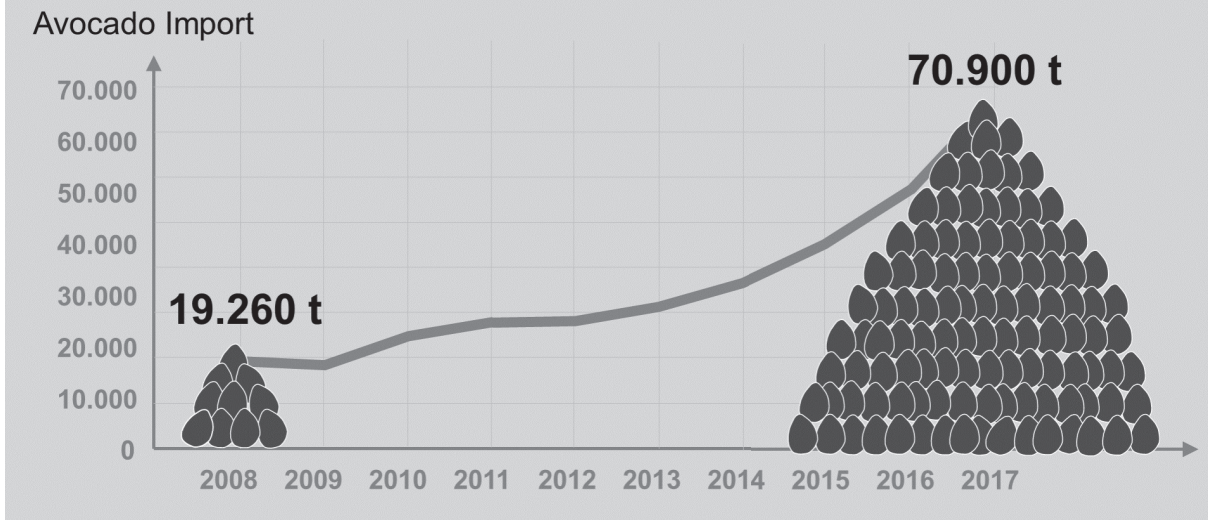


Abb. 3: Irreführendes Flächendiagramm über die Zunahme der importierten Avocados (angelehnt an ein Diagramm aus der Sendung „plusminus“ vom 11. April 2018).

In einer Studie¹ mit 50 Studierenden unterschiedlicher Fachrichtungen haben wir festgestellt, dass 17 der 50 Studierenden den Anfang der Säule tatsächlich an der falschen Stelle vermutet hätten, nämlich entweder an der Unterseite des gesamten Sockels (11 von 50 Studierenden) oder bei der Trennlinie zwischen der Beschriftung (wie z. B. „CDU“) und dem Zuwachs seit der letzten Wahl, z. B. „+1“ (6 von 50). Abbildung 2 verdeutlicht, dass damit ein Drittel der Studierenden falsch lag.

3.2 Probleme mit Flächendiagrammen

Besonders häufig finden sich Fehler in Flächendiagrammen (z. B. Abb. 3). Im Verbraucherschutzmagazin „plusminus“ (vom 11. April 2018) behauptete der Sprecher der Sendung, dass sich die Anzahl der importierten Avocados seit dem Jahr 2008 vervierfacht habe, was bereits bezüglich des Zahlenfaktors übertrieben ist (vgl. Abb. 3): Wenn man die Angaben 19.260 t und 70.900 t ernst nimmt, beträgt der Faktor 3,68 und nicht 4. Das Hauptproblem des Diagramms besteht aber nicht in der Aufrundung des Faktors und auch nicht darin, dass die Beschriftung der vertikalen Achse ungünstig nach oben verschoben ist (wo 70.000 steht, müsste eigentlich 80.000 stehen). Die tatsächliche manipulative Problematik liegt in der Flächendarstellung mithilfe der beiden abgebildeten Avocado-Berge.

Soll nämlich eine Zunahme um den Faktor x dargestellt werden, so führt diese Form der Darstellung mit einem Berg, der x mal so breit ist und x mal so

hoch, schließlich nicht zu einer Flächenvergrößerung um den Faktor x , sondern um den Faktor x^2 . Psychologisch wahrgenommen wird als Zunahme nämlich nicht die Höhe des Avocado-Berges, sondern eher die dargestellte Fläche oder sogar das Volumen des Avocado-Berges, das ja eigentlich sogar ein dreidimensionales Objekt darstellt. Schülerinnen und Schüler könnten in einer Fermi-Aufgabe z. B. herausfinden, dass die Fläche etwa 12 mal so groß ist (der rechte Avocado-Berg ist nämlich etwa 3,5 mal so breit und 3,5 mal so hoch wie der linke Avocado-Berg) und das Volumen sogar etwa 43 mal so groß sein müsste.

Neben der *Flächen-* oder *Volumeninterpretation* ist hier eine dritte – ebenfalls völlig berechnete – Interpretation der Zunahme denkbar: Nämlich über die *Anzahl der sichtbaren Avocados*. Während im linken Berg 10 Avocados dargestellt wurden, sind im rechten Avocadoberg exakt 110 Avocados zu sehen, was einem Faktor von 11 (und nicht dem korrekten Faktor von 3,68) entspricht.

Vermutlich ist dieses Diagramm nicht aus manipulativer Absicht heraus entstanden. Gerade Verbraucherschutzsendungen oder Wirtschaftsmagazine, die sich um eine möglichst transparente Darstellung von recherchierten Fakten bemühen, unterliegen der Gefahr, dass die vielen produzierten Visualisierungen schließlich zu Fehldeutungen einladen. Zeitungen oder Fernsehsendungen, die nur selten auf statistische Daten zurückgreifen, sind hier automatisch weniger fehleranfällig.

Falsch skalierte Flächendiagramme findet man seit 2015 auch im jährlichen Ernährungsreport, der vom Meinungsforschungsinstitut Forsa durchgeführt und vom Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft veröffentlicht wird (siehe Abb. 4).

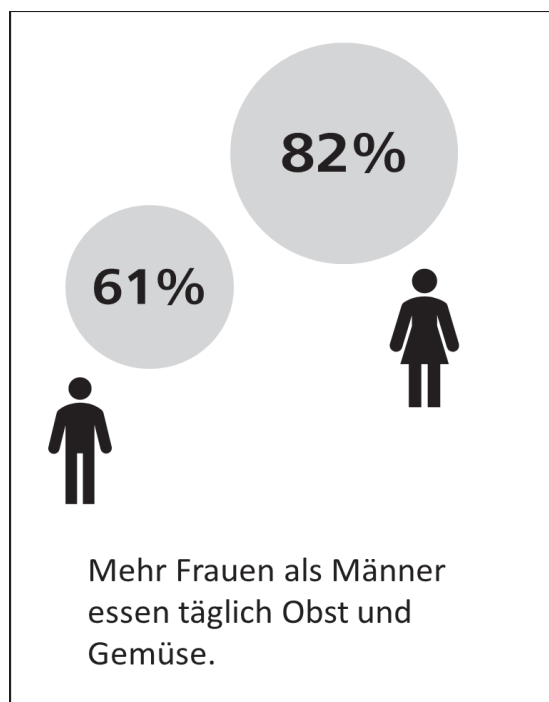


Abb. 4: Irreführendes Flächendiagramm zum Konsum von Obst und Gemüse von Männern und Frauen (angelehnt an eine Grafik des BMEL-Ernährungsreports, 2018, Seite 7).

Auf Basis einer Befragung von rund 1.000 Bundesbürgern ab einem Alter von 14 Jahren werden seit dem Jahr 2015 die wichtigsten Daten zur Ernährung zusammengefasst und möglichst übersichtlich und leicht verständlich dargestellt. Abbildung 4 soll den Anteil der Männer und Frauen verdeutlichen, die täglich Obst und Gemüse konsumieren. Doch haben die beiden dargestellten Kreise, die für 61 % und 82 % stehen sollen, tatsächlich auch die entsprechenden Proportionen? Durch einfaches Nachmessen stellt man schnell fest, dass der Kreis für die 82 %, um den Faktor $(82/61 \approx 1,34)$ breiter und auch um denselben Faktor höher ist als der Kreis für die 61 %. Die Fläche ist somit nicht – wie eigentlich beabsichtigt – um den Faktor 1,34 größer, sondern um den Faktor $(1,34)^2 \approx 1,8$ und somit ist wieder der gleiche Fehler passiert wie zuvor schon bei den Avocadobergen.

3.3 Absolute versus relative Veränderungen von Anteilswerten

„Müdes Deutschland – Schlafstörungen steigen deutlich an“ lautet der Titel des DAK-Gesundheitsreports 2017. Ausführlich wird dort beschrieben, dass sich

der Anteil der Menschen mit schweren Schlafstörungen, sogenannten Insomnien, der im Jahr 2010 noch 5,9 % betrug, mittlerweile „um 60 % erhöht“ hätte.

Aber was bedeutet diese Zunahme um 60 % tatsächlich? Heißt das, dass nun 65,9 % unter einer Insomnie leiden? Glücklicherweise nein! Jede Veränderung von Anteilswerten kann entweder relativ oder absolut ausgedrückt werden. Bei den 60 % handelt es sich um eine *relative* Risikoerhöhung und nicht um eine *absolute* Risikoerhöhung. Bei einer absoluten Veränderung spricht man auch häufig (in den Medien aber leider nicht immer) von „Prozentpunkten“. Tatsächlich verbirgt sich hinter der Erhöhung um 60 % nämlich eine Erhöhung des Anteils von 5,9 % auf 9,4 %, also um 3,5 Prozentpunkte (siehe auch Abb. 5). Wird nur von „Prozenten“ gesprochen, ist im ersten Moment nicht klar, ob es sich hierbei um eine absolute oder eine relative Risikoerhöhung handelt.

Die Erhöhung von 60 % im DAK-Gesundheitsreport stellt eine relative Risikoerhöhung dar, die medial immer gerne genutzt wird, weil sie zumeist zu sehr viel höheren und somit dramatischeren Zahlen führt. Wenn also im Jahr 2010 nur 59 von 1.000 Personen eine schwere Schlafstörung hatten, so waren es im Jahr 2016 bereits 94 von 1.000 Personen. Das sind 35 von 1.000 Personen mehr (Abb. 5), also 3,5 Prozentpunkte mehr. Bezogen auf die 59 Personen, die vorher eine Schlafstörung hatten, bedeuten die 35 von 59 Personen allerdings eine Zunahme von etwa 60 %. Wir möchten diese Zunahme an Insomnien um 3,5 Prozentpunkten nicht bagatellisieren. Allerdings liegt auf der Hand, dass sich eine Zunahme von 60 % weitaus dramatischer anhört, als eine Zunahme um 3,5 Prozentpunkte.

Wenn eine Online-Zeitung also titelt „Der Männer-Anteil in den Kitas hat sich verdoppelt“ (www.echo-online.de, 19. März 2018), so weiß man bereits beim Lesen der Überschrift, dass hier von einer relativen Erhöhung gesprochen wird und nicht von einer absoluten Erhöhung². Eine solche Verdopplung ist übrigens auch nur möglich, wenn der Anteil vorher bereits sehr klein war (und auch jetzt noch sehr klein ist). Im Artikel findet sich nämlich tatsächlich noch die Information, dass der Anteil der festangestellten männlichen Erzieher innerhalb eines Zeitraumes von 10 Jahren von 3 % auf 6 % gestiegen ist. Eine Verdopplung verkauft sich als Meldung natürlich deutlich besser, als eine Erhöhung des Anteils um nur 3 Prozentpunkte.

Verwechslungen von absoluten und relativen Anteilsveränderungen finden sich beinahe täglich in den Medien. Aus diesem Grund ist sehr zu begrüßen,

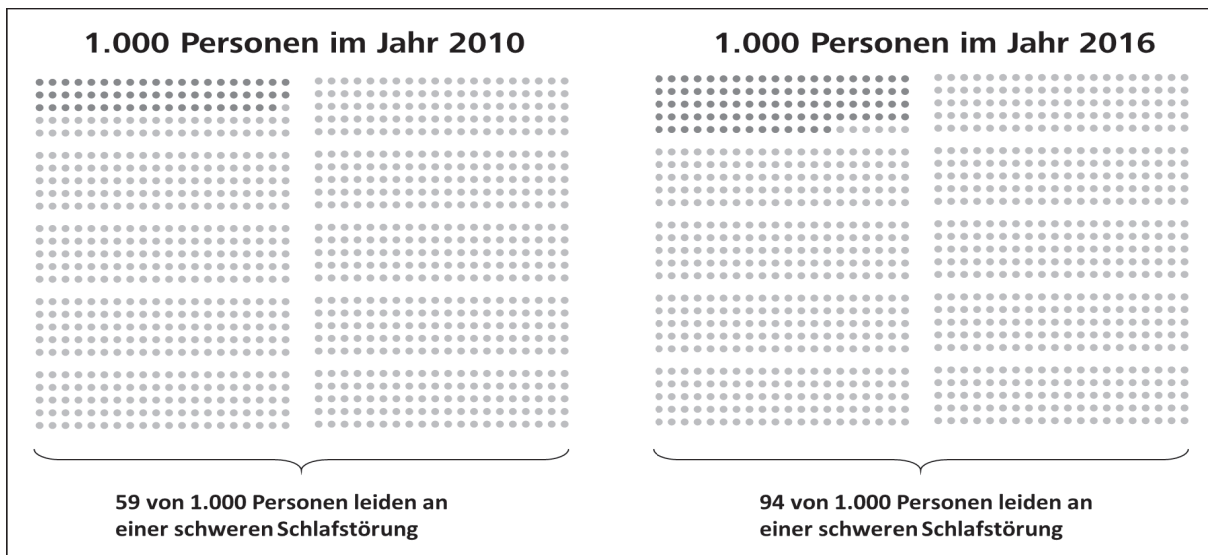


Abb. 5: Tatsächlicher Anstieg des Anteils an Menschen mit schweren Schlafstörungen seit dem Jahr 2010. Es ergibt sich ein absoluter Anstieg von 3,5 Prozentpunkten, der im DAK-Gesundheitsreport 2017 als relativer Anstieg von 60 % ausgedrückt wurde.

dass die Thematik „Prozente vs. Prozentpunkte“ nun beispielsweise in den LehrplanPlus des bayerischen Gymnasiums explizit aufgenommen wurde (ISB Bayern, 2018, 6. Klasse).

3.4 Problematische Messdefinitionen

Viele statistische Trugschlüsse entstehen einfach deshalb, weil die zugrundeliegende Messdefinition entweder ungünstig gewählt oder gar nicht nachvollziehbar ist. Im Februar 2018 beruft sich der Nationale Aktionsplan Gesundheitskompetenz auf eine Studie, die im Jahr 2017 veröffentlicht wurde (siehe auch <http://www.rwi-essen.de/unstatistik/76/>) und postuliert, dass 54 % der Deutschen lediglich eine eingeschränkte Gesundheitskompetenz hätten. Aber was versteht man genau unter „Gesundheitskompetenz“ und wie wurde sie gemessen? Wurde hierzu ein Test entwickelt, um herauszufinden, wie gut die Menschen statistische Daten bei gesundheitlichen Fragen verstehen? Das war leider nicht der Fall. Es handelt sich vielmehr um verschiedene Fragen, bei denen Menschen ihre Gesundheitskompetenz subjektiv selbst einschätzen sollten. Selbsteinschätzungen können sich bekanntermaßen aber beträchtlich von der tatsächlichen Kompetenz unterscheiden.

Auch in der Werbung treten sehr häufig problematische Messdefinitionen auf, wenn beispielsweise vom „größten Möbelhaus“ gesprochen wird. Doch wodurch wird ein Möbelhaus zum größten Möbelhaus? Wenn es die größte Fläche hat? Die meisten Filialen? Die meisten Kunden? Oder den höchsten Umsatz? Derartige Werbeversprechen, die im rechtlichen Kontext auch als „Alleinstellungswerbung“ be-

zeichnet werden, führen immer wieder zu Gerichtsprozessen, in denen dann mühsam geklärt wird, was tatsächlich hinter den jeweiligen Messdefinitionen steckt. So erfolgen regelmäßige Prüfungen, ob Werbungen zulässig sind wie „Das sicherste Auto aller Zeiten“, „der beliebteste Anbieter“ oder „die besten Küchen zum besten Preis“ und welche Parameter der Werbende damit jeweils erfüllen muss.

Im November 2018 wurde ein Rechtsstreit zwischen der Partnervermittlungsagentur Parship und Love-scout24 entschieden, mit der Folge, dass Parship sich nun nicht mehr „Deutschlands größte Partnervermittlung“ nennen darf (www.spiegel.de, 9. November 2018). Wiederum ist hierbei die Definition entscheidend: Wer ist die „größte“ Partnervermittlung? Die mit den meisten angemeldeten Mitgliedern? Die mit den meisten aktiven Mitgliedern? Parship argumentierte mit der höheren Anzahl an Premium-Mitgliedern, die für ihren Account bezahlen müssen. Dieser Argumentation ist das Oberlandesgericht München nicht gefolgt, da der Verbraucher nicht zwischen kostenlosen Mitgliedschaften und Premium-Angeboten unterscheiden würde, weshalb man eher alle Mitglieder berücksichtigen sollte.

Problematische oder intransparente Messdefinitionen treten häufig auf, sind aber oft nur schwer aufzudecken. Es braucht etwas Übung, um ein Gespür für kritische Messdefinitionen zu erhalten. Typische Begriffe, die in den Medien immer wieder anzutreffen sind, sind der Armutsbegriff (wer weniger als 60 % des Medianeinkommens verdient, gilt in Deutschland als arm), die Begriffe „Arbeitslosigkeit“ und „Arbeitslosenquote“ (siehe z. B. Bauer, Gigerenzer

& Krämer, 2014; Krüger, 2012) oder auch der Begriff der Kriminalität (siehe Abschnitt 4.2).

3.5 Mutiges Runden und fehlerhafte Umrechnungen

Im Abschnitt 3.2 wurde mit dem Avocado-Diagramm bereits deutlich, dass in den Medien gerne mutig auf- oder abgerundet wird. So wurde im Avocado-Diagramm bei einem Faktor 3,68 von einer Vervierfachung der importierten Avocados gesprochen. Auch Abbildung 6 zeigt ein Beispiel für unglückliches Runden, das im Juli 2018 in der Frankfurter Rundschau erschienen ist. Die im weiteren Artikel angegebenen „29 % unzufriedenen Arbeitnehmer“ werden in der Überschrift mit „Jeder Vierte“ etwas abgerundet, um dann drei Sätze später mit „knapp ein Drittel“ wiederum aufgerundet zu werden.

Jeder Vierte mag seine Arbeitsumgebung nicht

Sind Arbeitnehmer unzufrieden, sinkt oft ihre Produktivität. Um sich wohlfühlen, muss auch die Arbeitsumgebung stimmen. Laut einer aktuellen Umfrage sind jedoch knapp ein Drittel der Berufstätigen unglücklich mit den räumlichen Gegebenheiten im Job.

[...]
29 Prozent der 1000 Teilnehmer sind demnach mit ihrer aktuellen Arbeitsumgebung nicht glücklich. Und knapp die Hälfte (47 Prozent) ist zwar zufrieden, hat aber Verbesserungsvorschläge.

Frankfurter Rundschau, 6. Juli 2018

Abb. 6: Gleichsetzung von „Jeder Vierte“ und „knapp ein Drittel“.

Wesentlich fataler als das Runden der statistischen Informationen ist jedoch, wenn diese durch Umrechnungsfehler komplett falsch werden. Anteilswerte lassen sich auf sechs verschiedene Arten darstellen (Bruckmaier, Binder & Krauss, 2016): 1. Dezimalbrüche (0,25), 2. Gewöhnliche Brüche (1/4), 3. Prozente (25 %), 4. Absolute Häufigkeiten (1 von 4), 5. „Jeder wievielte“ (Jeder vierte) oder 6. Chancenverhältnisse (1 zu 3). Soll eine statistische Information von einer dieser Darstellungsarten in eine andere umgerechnet werden, so kommt es gelegentlich zu Fehlern, wie z. B. „5 % \triangleq Jeder Fünfte“, oder „Jeder Fünfte < Jeder Sechste“. Welche häufigen Umrechnungsfehler in den Medien zu finden sind und wie daraus fruchtbare Aufgaben für Schülerinnen und Schüler formuliert werden können, wird ausführlich

erläutert in Bruckmaier, Binder und Krauss (2016), in Herget und Scholz (2008) und sogar in der Schulbuchreihe Live für Gesamtschulen (Klett-Verlag) in den Abschnitten „Mathematik aus der Zeitung“.

4 Wiederkehrende Statistikfehler

Eine punktgenaue Aktualität fehlerhafter Statistiken sind zur Motivierung von Schülerinnen und Schülern natürlich besonders gut geeignet. Lehrkräfte haben verständlicherweise aber auch den Wunsch nach Planungssicherheit und wollen das Rad nicht in jedem Schuljahr wieder neu erfinden. Diese beiden konträren Ansprüche lassen sich jedoch durchaus vereinen, denn es existieren (leider!) eine ganze Reihe von Statistikfehlern, die tatsächlich in jedem Jahr wieder neu auftreten, wie beispielsweise oben angesprochener Ernährungsreport mit den regelmäßig sich wiederholenden fehlerhaften Flächendiagrammen. Im Folgenden wird eine Auswahl solcher „verlässlichen Statistikfehler“ vorgestellt.

4.1 Equal Pay Day

Eine im jährlichen Rhythmus wiederkehrende fehlerhafte Statistik bezieht sich auf den Equal Pay Day, der auf die ungleiche Bezahlung von Männern und Frauen hinweisen soll. Auch wenn es natürlich sehr loblich ist, diese Ungleichheit aus der Welt schaffen zu wollen, so enthält die Meldung in jedem Jahr dieselben Fehler. Aus diesem Grund wurde die fehlerhafte Berechnung des Equal Pay Day bereits zweimal zur Unstatistik des Monats gekürt (nämlich im März 2016 und April 2012) und auch die Deutsche Mathematiker-Vereinigung DMV hatte sich bereits vor Jahren zu der wiederkehrenden fehlerhaften Berechnung geäußert (Loos, 2014).

Der Equal Pay Day 2016 fand beispielsweise am 19. März statt und die Zeit schrieb hierzu: „Bis zu diesem Tag hätten Frauen hierzulande über den Jahreswechsel hinaus arbeiten müssen, um das Jahresgehalt ihrer männlichen Kollegen zu bekommen“. Die Berechnung des Datums ergibt sich aus der Überlegung, dass Frauen im Durchschnitt 21,6 % weniger als Männer verdienen und dass sie daher 21,6 % länger arbeiten müssen als Männer, um auf das gleiche Gehalt zu kommen.

Diese Überlegung enthält allerdings gleich zwei Fehler. Der erste Fehler besteht darin, dass der Gehaltsunterschied von 21,6 % nicht haltbar ist, wenn man herausrechnet, dass Frauen überwiegend in Branchen und Berufen arbeiten, die schlechter bezahlt werden. Bereinigt man die Statistik um diesen Aspekt, so bleibt „nur“ noch ein Weniger-Verdienst von 5 %.

Der zweite Fehler ist mathematisch interessanter und betrifft eine häufig wiederkehrende Problematik bezüglich der Prozentrechnung: Wenn Frauen tatsächlich 21,6 % weniger verdienen, dann müssten sie nämlich nicht 21,6 % länger arbeiten, sondern sogar 27,6 %, denn es gilt:

$$\text{Gehalt Frauen} = \text{Gehalt Männer} \cdot (100 \% - 21,6 \%)$$

und demnach auch

$$\text{Gehalt Frauen} \cdot (100 \% + 27,6 \%) = \text{Gehalt Männer}$$

Für Schülerinnen und Schüler kann hierbei folgende Frage hilfreich sein: „Auf welchen Grundwert bezieht sich die angegebene Prozentzahl – auf den Verdienst der Frauen oder der Männer?“ Durch diese Überlegungen ergibt sich dann entsprechend ein anderes Datum für den Equal Pay Day.

Am 18. März 2019 findet der nächste Equal Pay Day statt. Beobachten Sie hierzu einfach mal die Zeitungsmeldungen und gehen Sie selbst auf Fehlersuche.

Eine ähnliche Problematik ergibt sich übrigens aus der Überlegung, ob es besser ist, 19 % Mehrwertsteuer „geschenkt“ zu bekommen oder einen 19 %-igen Rabatt zu erhalten. Diese Form der Werbung mit der geschenkten Mehrwertsteuer findet sich regelmäßig bei Media Markt und auch in Broschüren unterschiedlichster Möbelhäuser und kann gut mit Schülerinnen und Schülern diskutiert werden (siehe Abb. 7).

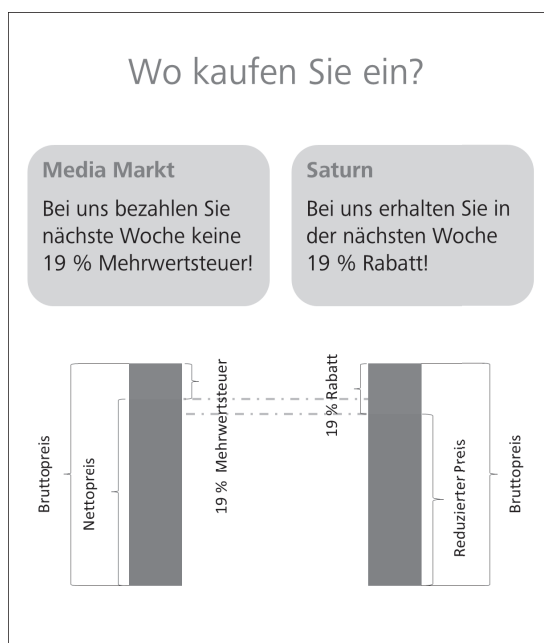


Abb. 7: „19 % Rabatt“ oder „keine 19 % Mehrwertsteuer zahlen“. Die Rabatt-Variante ist für den Kunden günstiger.

4.2 Polizeiliche Kriminalitätsstatistik

Ende April oder Anfang Mai werden jedes Jahr die neuesten Daten aus der polizeilichen Kriminalitätsstatistik vorgestellt – leider mit immer denselben irreführenden Aussagen, weshalb Meldungen zur polizeilichen Kriminalitätsstatistik im Mai 2013 und im April 2018 ebenfalls bereits wiederholt zur Unstatistik des Monats gekürt wurden. Problematisch sind im Zusammenhang mit dieser Statistik gleich mehrere Aspekte. Zum einen ergibt sich auch hier wieder das Problem der Messdefinition, denn es geht lediglich um die „erfassten“ Fälle pro 100.000 Einwohner. Welche Kriminalitätsfälle aber vermehrt erfasst werden, ist nicht in jedem Bundesland oder auch Landkreis gleich. Manche Bezirke widmen sich beispielsweise vermehrt den Rauschgiftdelikten, um dieses Problem besser in den Griff zu bekommen und erhalten durch die verstärkte Ermittlung auch mehr erfasste Rauschgiftdelikte, auch wenn in der Nachbargemeinde möglicherweise gleich viele Delikte begangen, aber eben nicht erfasst werden.

Außerdem werden in der polizeilichen Kriminalitätsstatistik interessanterweise nicht die Täter, sondern lediglich die Tatverdächtigen aufgeführt. Hieraus können sich durchaus verzerrende Effekte ergeben – gerade bei der Frage nach der Ausländerkriminalität, die in den derzeitigen politischen Diskussionen oftmals von Politikern der AfD thematisiert wird. Verzerrende Statistiken bezüglich der Ausländerkriminalität ergeben sich auch bei Nichtbeachtung eines möglichen Simpson-Paradoxon (z. B. Bosbach & Korff, 2011). So scheint es in Statistiken recht häufig, als wären Ausländer tatsächlich krimineller als Deutsche. Berücksichtigt man hingegen, dass in der Bevölkerungsgruppe der Ausländer junge Menschen und vor allem junge Männer überrepräsentiert sind (und genau diese Bevölkerungsgruppe auch unter den Deutschen am kriminellsten ist), zeigt sich in vielen Fällen, dass es sich bei der erhöhten Ausländerkriminalität lediglich um ein statistisches Artefakt handelt.

Auch Kriminalitätsrankings sind problematisch: So führte beispielsweise im Frühjahr 2018 in den Medien wieder Frankfurt am Main die Rangliste der „gefährlichsten Städte Deutschlands“ an, da dort im Vorjahr die meisten Straftaten erfasst wurden (Der Tagesspiegel, 22. April 2018). Aber warum ist Frankfurt immer wieder unter den ersten Plätzen, während München regelmäßig weit hinten in der Rangliste erscheint? Die Rangliste berechnet die Anzahl der erfassten Fälle pro 100.000 Einwohner. Jedoch pendeln täglich viele Menschen nach Frankfurt und auch aufgrund

des Flughafens befinden sich viele weitere potentielle Opfer und Täter von Verbrechen in Frankfurt. Eine seriöse Rangfolge dürfte nicht auf die Anzahl der erfassten Fälle pro 100.000 Einwohner bezogen werden, sondern auf alle Personen, die in der jeweiligen Stadt Opfer oder Täter werden könnten. Der Münchner Flughafen wird übrigens nicht zur Stadt München gerechnet, was sicherlich ein Grund dafür ist, dass die Stadt München in der Rangliste nie weit vorne anzutreffen ist. Aufgrund der Berechnung „Fälle pro 100.000 Einwohner“ und der sehr geringen Anzahl an Einwohnern und großen Anzahl an Touristen wird übrigens der Vatikan immer wieder (provokativ) als das kriminellste Land der Welt bezeichnet.

4.3 Jeder zweite lebt allein

Regelmäßig findet man Zeitungsmeldungen, dass „mehr als jeder zweite Hamburger“ (www.welt.de, 19. Oktober 2015), „fast jeder zweite Sachse“ (www.sz-online.de, 21. Oktober 2010), „jeder dritte Europäer“ (siehe Abb. 8, www.statista.com, 1. August 2017) oder „jeder zweite Karlsruher“ (www.ka-news.de, 10. Januar 2018) angeblich allein lebt.

Abbildung 9 illustriert, warum der Anteil der Singlehaushalte nicht einfach mit dem Anteil der Personen, die alleine wohnen, gleichgesetzt werden darf. In einer fiktiven kleinen Ortschaft, in der lediglich 20

Personen leben, gibt es vier 1-Personen-Haushalte und vier 4-Personen-Haushalte. In unserem Beispiel sind also tatsächlich 50 % der Haushalte 1-Personen-Haushalte. Aber daraus folgt eben nicht, dass 50 % der Personen alleine wohnen. Im fiktiven Fall wohnen nur vier der 20 Personen alleine, während 16 der 20 Personen nicht alleine wohnen. Der Anteil der Personen, die alleine wohnen, liegt also nur bei 20 %.

Neben dem häufigen Auftauchen in unterschiedlichsten Quellen ist genau dieser Fehler in Abbildung 8 besonders überraschend, wenn man bedenkt, dass dieses Diagramm auf der Seite www.statista.com veröffentlicht wurde – einer der erfolgreichsten Statistik-Datenbanken weltweit, die seit einigen Jahren sogenannte Infografiken bereitstellen. Aber auch die anderen angegebenen Quellen machen deutlich, dass solche Fehler nicht nur in Boulevardzeitungen zu finden sind, sondern gerade auch in anspruchsvollen Medien, die sich um seriöse Berichterstattung bemühen.

Auch wenn es für den Fehler „Jeder zweite lebt allein“ – im Gegensatz zu den anderen wiederkehrenden Statistikfehlern – keinen konkreten Zeitraum gibt, so lohnt sich zu diesem Thema jederzeit eine Recherche in einer Online-Suchmaschine. Auf diese Weise findet man aller Voraussicht nach einen Zeitungsartikel, der genau diesen Fehler enthält und maximal ein halbes Jahr alt ist.

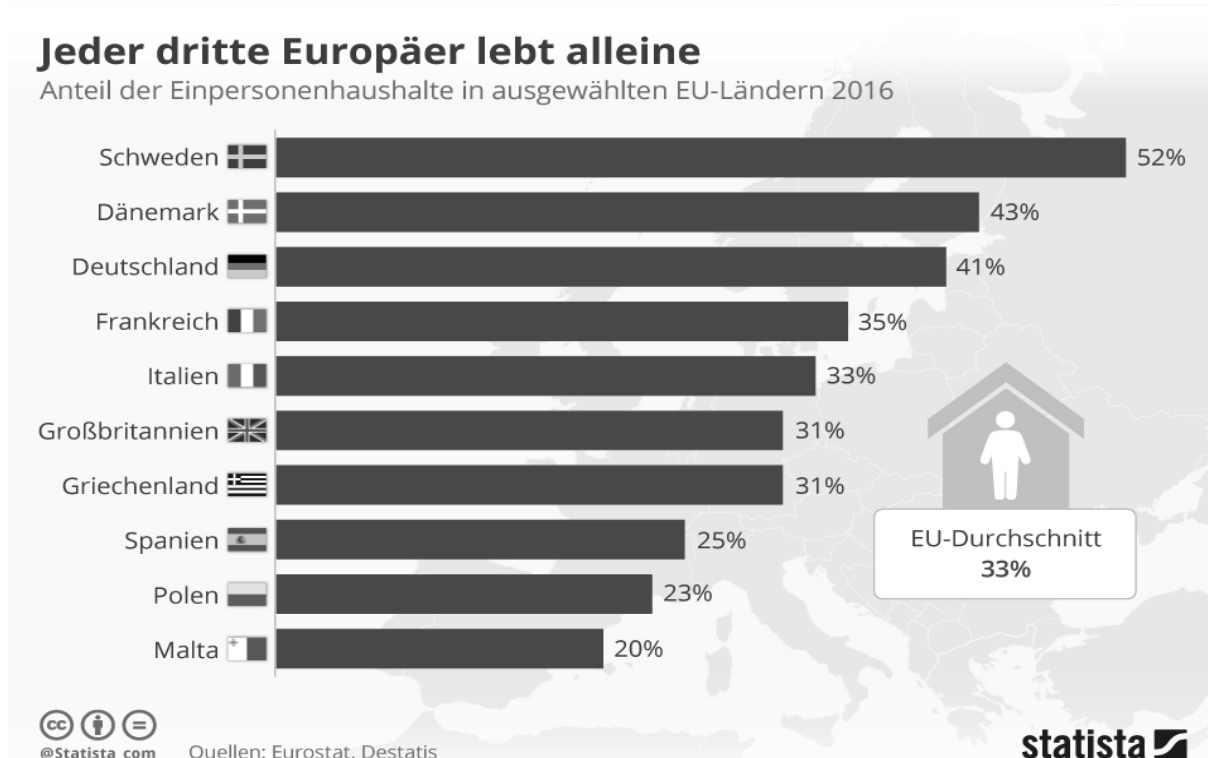


Abb. 8: Infografik des Online-Portals statista (<https://de.statista.com/infografik/10511/einpersonenhaushalte-in-der-eu/>). Während das Balkendiagramm den Anteil der 1-Personen-Haushalte darstellt, der im EU-Durchschnitt bei 33 % liegt, wird im Titel der Grafik behauptet, dass jeder dritte Europäer allein lebt.

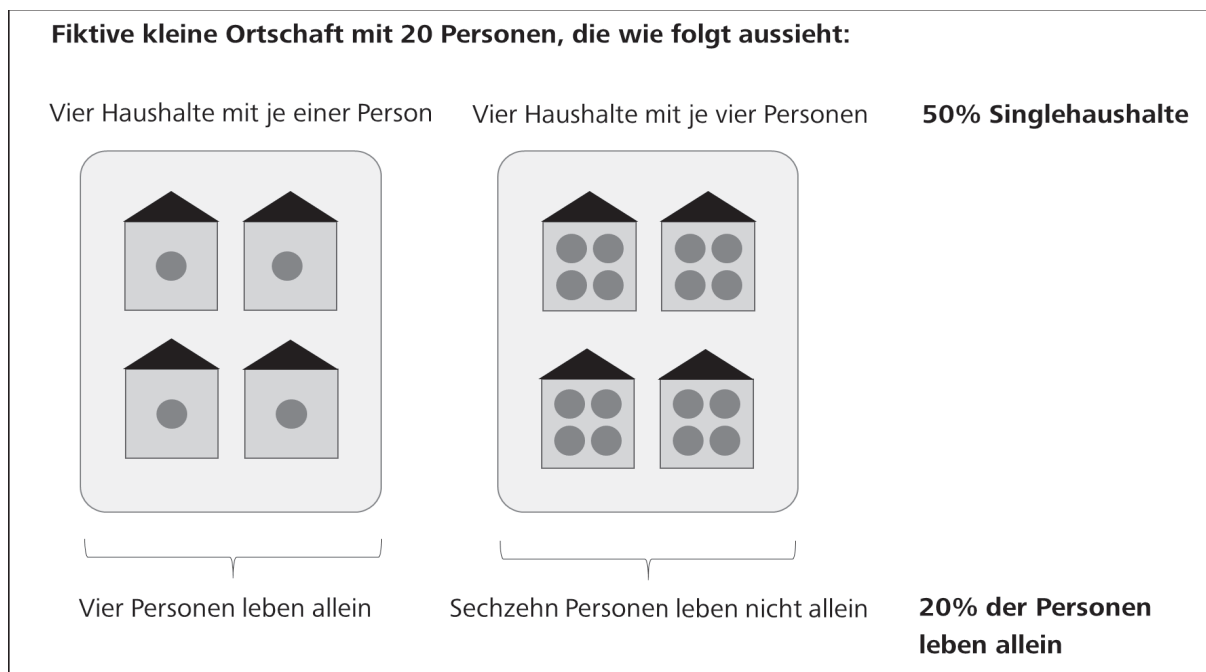


Abb. 9: Gegenüberstellung von 1-Personen-Haushalten und Personen, die tatsächlich alleine leben in einer fiktiven Ortschaft, die aus 20 Personen besteht, nämlich aus vier 1-Personen-Haushalten und vier 4-Personen-Haushalten.

4.4 Der Brustkrebsmonat Oktober

Jedes Jahr im „Brustkrebsmonat“ Oktober finden sich in deutschen Medien nahezu die gleichen fehlerhaften Meldungen zum Mammographie-Screening. Fast jeder Haushalt bekommt außerdem irgendwann eine Mammographie-Broschüre mit statistischen Informationen, die es zu verstehen gilt, da jede Frau zwischen 50 und 69 Jahren in Deutschland zum Screening eingeladen wird.

Ein Fehler in den Darstellungen zu diesem Screening besteht bereits in der Verwendung des Begriffs „Vorsorge“. Dieser Begriff ist irreführend, da nur dann von einer Vorsorge gesprochen werden kann, wenn sich durch die Untersuchung das Risiko einer Krebserkrankung verringert. Beim Mammographie-Screening handelt es sich jedoch lediglich um eine „Früherkennung“. Und früh erkannt werden kann der Krebs nur dann, wenn er schon da ist (Gigerenzer, 2014).

Ein weiterer Fehler bezieht sich auf die in Abschnitt 3.2 vorgestellte absolute versus relative Veränderung von Risiken und Chancen. So wird regelmäßig von Senkungen der Brustkrebssterbewahrscheinlichkeit von 20 % bis 30 % gesprochen. Hierbei handelt es sich aber um (teils aufgerundete) relative Senkungen des Risikos, an Brustkrebs zu sterben. Die absolute Risikosenkung fällt hingegen deutlich weniger beeindruckend aus: Während von 1.000 Frauen, die nicht regelmäßig am Screening teilnehmen, 5 an

Brustkrebs sterben, sind es von 1.000 Frauen, die regelmäßig am Screening teilnehmen, 4 Frauen (Gigerenzer, 2011). Es wird also eine von 1.000 Frauen gerettet. Die absolute Risikoreduktion beträgt demnach 0,1 Prozentpunkte, was weit weniger beeindruckend wirkt als 20 % oder 30 % mehr gerettete Frauen.

Dies führt auch gleich zum nächsten Problem, das medial gerne verschwiegen wird: Um diese eine von 1.000 Frauen zu retten, werden gleichzeitig 100 Frauen überdiagnostiziert. Diese 100 Frauen erhalten also fälschlicherweise ein positives Testergebnis, obwohl sie nicht an Brustkrebs erkrankt sind. Durchschnittlich fünf davon werden sogar überbehandelt (teilweise oder vollständige Entfernung der Brustdrüse). Diese Fälle von Überbehandlung und Überdiagnose werden vielfach allerdings gar nicht angesprochen. Auch dass die Mammographie selbst eine enorme Strahlenbelastung impliziert, die selbst wiederum Krebserkrankungen auslösen kann, fehlt oft in den Informationen. Eine ausgewogene Risikokommunikation, wie beispielsweise die Faktenboxen des Harding-Zentrums für Risikokompetenz (www.harding-center.mpg.de/de/faktenboxen/krebsfrueherkennung/brustkrebs-frueherkennung) stellt *sowohl* den Nutzen *als auch* den möglichen Schaden der Untersuchung dar.

Da diese Thematik jedes Jahr erneut mit den gleichen Fehlern in Zeitungen zu finden ist, wurde sie im Oktober 2013 und im Oktober 2014 zur Unstatistik des Monats gekürt.

Hat eine Frau sich einmal zur Teilnahme am Mammographie-Screening entschieden, sind zwei verschiedene Fehler möglich: Manchmal wird bei einer Frau der Brustkrebs nicht entdeckt, obwohl diese tatsächlich an Brustkrebs erkrankt ist (gerade im Anfangsstadium der Erkrankung) und auch ein positives Testergebnis muss nicht immer richtig sein. Nur ca. 13 % der Frauen mit positivem Testergebnis im Mammographie-Screening sind tatsächlich an Brustkrebs erkrankt. In solchen Situationen mit zwei Merkmalen (Erkrankung und Testergebnis), die je zwei Merkmalsausprägungen haben (gesund vs. krank und Test positiv vs. Test negativ) gibt es häufig Verwechslungen zwischen den auftretenden *bedingten Wahrscheinlichkeiten*, z. B. $P(\text{Mammogramm positiv} \mid \text{Frau ist erkrankt})$ und der invertierten bedingten Wahrscheinlichkeit $P(\text{Frau ist erkrankt} \mid \text{Mammogramm positiv})$. Über diese Problematik, die natürlich ebenfalls gut im Stochastik-Unterricht thematisiert werden kann, wurde bereits wiederholt in der Zeitschrift „Stochastik in der Schule“ berichtet. Eine konkrete Empfehlung für eine unterrichtliche Umsetzung mit Hilfe von Häufigkeitsdoppelbäumen findet sich beispielsweise in Binder, Krauss und Wassner (2018).

5 Ausblick

Die aufgeführten Beispiele zeigen, dass wir immer noch in einer Welt leben, in der statistischer Analphabetismus weit verbreitet ist (Wegwarth & Gigerenzer, 2011). Aus diesem Grund ist es leicht, unterrichtliches Material zu statistischen Irrtümern oder gar Manipulationen in Zeitungen und aktuellen Fernsehsendungen zu finden oder diese von Schülerinnen und Schülern gezielt suchen zu lassen.

Unsere Hoffnung wäre ein Stochastikunterricht, der langfristig zu einer risikokompetenten Gesellschaft führt, in der all diese typischen Fallstricke erkannt werden. Eine langfristige Folge davon wäre, dass statistische Manipulationen zukünftig auch nur noch seltener in Zeitungen und anderen Medien zu finden wären.

Anmerkungen

- 1 An dieser Stelle sei Judith Weiß herzlich gedankt, die diese kleine Studie im Rahmen ihrer Zulassungsarbeit durchgeführt hat.
- 2 Dramatische Veränderungen von über 100 % treten übrigens nur bei der relativen Darstellung von Veränderungen auf.

Literatur

- Bauer, T., Gigerenzer, G., & Krämer, W. (2014). *Warum dick nicht doof macht und Genmais nicht tötet: Über Risiken und Nebenwirkungen der Unstatistik*. Campus Verlag.
- Binder, K., Krauss, S., & Wassner, C. (2018). Der Häufigkeitsdoppelbaum als didaktisch hilfreiches Werkzeug von der Unterstufe bis zum Abitur. *Stochastik in der Schule*, 38(1), 2–11.
- Bosbach, G., & Korff, J. J. (2011). *Lügen mit Zahlen: Wie wir mit Statistiken manipuliert werden*. Heyne Verlag.
- Bruckmaier, G., Binder, K. & Krauss, S. (2016). Numerische Darstellungsarten statistischer Informationen. In E.-M. Plackner & N. von Schroeders (Hrsg.), *Daten und Zufall. MaMut – Materialien für den Mathematikunterricht*, 3 (S. 47–76). Hildesheim: Franzbecker.
- Bundesministerium für Ernährung und Landwirtschaft BMEL (2017). Deutschland wie es isst – Der BMEL-Ernährungsreport 2018. https://www.bmel.de/DE/Ernaehrung/_Texte/Ernaehrungsreport2018.html (abgerufen am 14. Mai 2018).
- Christensen, B., & Christensen, J. (2015). *Achtung Statistik. 150 Kolumnen zum Nachdenken und Schmunzeln*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Dubben, H. H., & Beck-Bornholdt, H. P. (2006). *Der Hund, der Eier legt*. Hamburg: Rowohlt.
- Gigerenzer, G. (2003). Wie kommuniziert man Risiken. *Gen-ethischer Informationsdienst (GID)*, 161, 6–8.
- Gigerenzer, G. (2014). *Das Einmaleins der Skepsis: über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken*. Berlin Verlag.
- Herget, M., & Scholz, D. (2008). *Die etwas andere Aufgabe*. Mathematik-Aufgaben Sek I aus der Zeitung. Seelze, Kallmeyer.
- Krämer, W. (2015). *So lügt man mit Statistik*. Campus Verlag.
- Krüger, K. (2012): Was die Arbeitslosenzahlen (nicht) zeigen – Analyse von Daten der Bundesagentur für Arbeit. *Der Mathematikunterricht*, 4, 32–41.
- Krüger, K., & Borovcnik, M. (2017). Daten, die uns angehen – Statistische Grundbildung fördern mit Analysen amtlicher Statistiken. *Mathematik im Unterricht*, 8, 103–114.
- Krüger, K., Sill, H.D. & Sikora, C. (2015): *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer-Verlag.
- Loos, Andreas (18. März 2014). The never ending equal pay day (story). DMV-Blog. <https://www.mathematik.de/dmv-blog/215-the-never-ending-equal-pay-day-story> (abgerufen am 14. Mai 2018).
- Quatember, A. (2015). *Statistischer Unsinn: wenn Medien an der Prozenzhürde scheitern*. Springer-Verlag.
- Schäfer, Anna (2017). Das Formulieren der Nullhypothese beim Signifikanztest mit Blick auf eine authentische Anwendung. *Stochastik in der Schule*, 3, 18–24.

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB). (2018). LehrplanPlus Gymnasium Bayern Mathematik 6. Klasse. <http://www.lehrplanplus.bayern.de/fachlehrplan/gymnasium/6/mathematik> (Abgerufen am 17. Juni 2018)

Wegwarth, O., & Gigerenzer, G. (2011). Risiken und Unsicherheiten richtig verstehen lernen: Risikokommunikation. *Deutsches Ärzteblatt*, 108(9), 448–451.

Anschrift der Verfasser

Karin Binder
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstraße 31
93053 Regensburg
Karin.Binder@ur.de

Prof. Dr. Stefan Krauss
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Universität Regensburg
Universitätsstraße 31
93053 Regensburg
Stefan.Krauss@ur.de

Prof. Dr. Walter Krämer
Technische Universität Dortmund
Vogelpothsweg 78
44221 Dortmund
walterk@statistik.uni-dortmund.de